AS-84.3148 Kinematiikka ja liikesuunnittelu Syksy 2006

Tentti 21.12.2006 AS2

Muista täyttää kurssipalautelomake, linkki on kurssin kotisivuilla. Palautekyselyyn vastaamisesta saa yhden tenttipisteen.

Tehtävä 1.

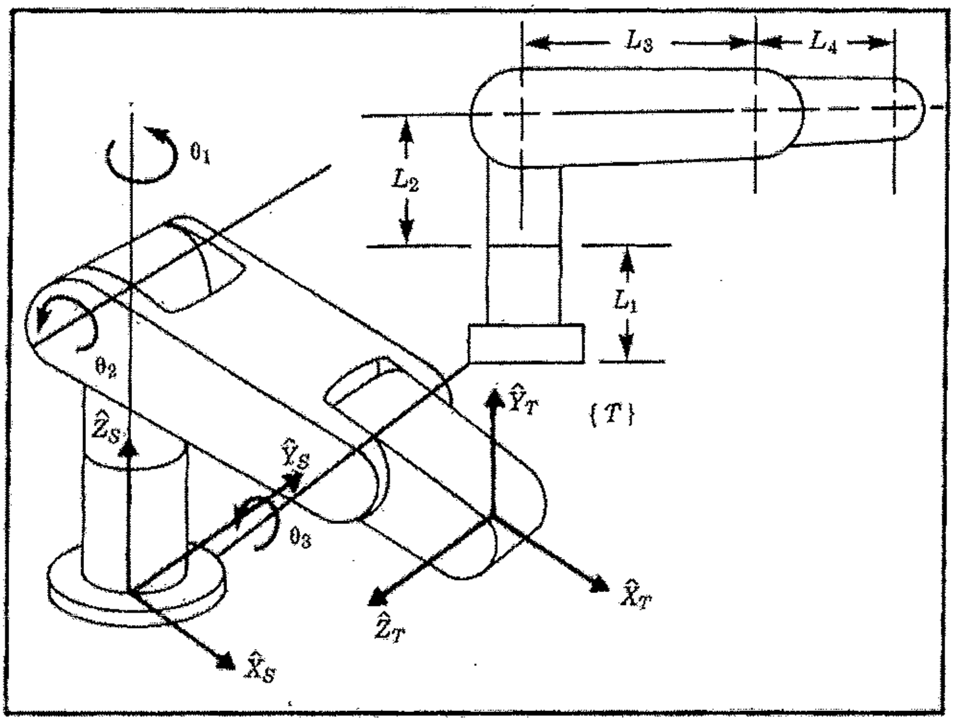
Koordinaatistot {A} ja {B} ovat aluksi yhtenevät. Tämän jälkeen koordinaatistoa {B} kierretään {A}:n suhteen Z-akselin (Z_A) ympäri 30 astetta. Tämän jälkeen {B:tä siirretään 4 yksikköä X_A-akselin suuntaan ja 3 yksikköä Y_A-akselin suuntaan.

a) Laske näillä tiedoilla transformaatiomatriisi ${}^{A}_{B}T$

b) Muodosta tämän jälkeen käänteinen transformaatio ${}^{B}_{A}T$

Tehtävä 2.

Kuvan 1 kolmen vapausasteen manipulaattorissa nivelet 1 ja 2 ovat suorassa kulmassa toisiinsa nähden, ja nivelet 3 ja 4 ovat keskenään samansuuntaiset. Kuvan esittämässä asennossa kaikki nivelet ovat nolla-asemassaan. Nivelten positiivinen kiertosuunta on ilmaistu kuvassa. Piirrä kuva, joka esittää nivelkoordinaatistojen kiinnityksen manipulaattoriin, ja johda transformaatiomatriisit ${}^{0}_{1}T, {}^{1}_{2}T$ ja ${}^{2}_{3}T$.



Kuva 1

Tehtävä 3.

Erään manipulaattorin kärjen nopeus 0-koordinaatistossa on

$$^{0}v_3 = \begin{bmatrix} -l_1 s_1 \dot{\theta}_1 - l_2 s_{12}(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\ l_1 c_1 \dot{\theta}_1 + l_2 c_{12}(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\ 0 \end{bmatrix}$$

. Mikä on manipulaattorin jakobiaani 0-koordinaatistossa?

Onko tällä jakobiaanilla singulariteettejä ja jos on, niin missä?

Tehtävä 4.

a) Yksilinkkinen robotti, jolla on pyörivä nivel, on paikallaan asennossa $\theta=10°$. Se halutaan siirtää asentoon $\theta=85°$ 4 sekunnissa. Etsi soveltuvat parametrit lineaariselle trajektorille, jossa on paraboliset siirtymät. Oleta sopiva kiihtyvyys.

b) Trajektorin yhtälö on muotoa $\theta(t) = 10 + 5t + 70t^2 - 45t^3$ ja sitä käytetään aikavälillä t=0..2s.
Mitkä ovat asemat, nopeudet ja kiihtyvyydet trajektorin alussa ja lopussa?

Tehtävä 5.

a) Selitä seuraavan dynamiikkayhtälön termit:

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + V(\theta,\dot{\theta}) + G(\theta) + F(\theta,\dot{\theta})$$

b) Mitkä ovat säätölain osittamisen (control law partitioning) tavoitteet?

AS-84.3148 Kinematiikka ja liikesuunnittelu
Kaavakokoelma, saa käyttää kurssin tentissä lukuvuonna 2006-2007

SUORA KINEMATIIKKA

$$ {}^{B}_{A}T = \begin{bmatrix} & {}^{A}_{B}R^{T} & & -{}^{A}_{B}R^{T}\,{}^{A}P_{BORG} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ R_X(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} $$

$$ R_Y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} $$

$$ R_Z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{i-1}_{i}T = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1}d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$ $R_X\ D_X\ R_Z\ D_Z$

JAKOBIAANIT

$$ {}^{A}V_Q = {}^{A}V_{BORG} + {}^{A}_{B}R\,{}^{B}V_Q + {}^{A}\Omega_B \times {}^{A}_{B}R\,{}^{B}Q $$

$$ {}^{i}\omega_{i+1} = {}^{i}\omega_i + {}_{i+1}^{\;\;1}R\,\dot\theta_{i+1}\,{}^{i+1}\hat z_{i+1} $$

$$ {}^{i+1}\omega_{i+1} = {}^{i+1}_{i}R\,{}^{i}\omega_i + \dot\theta_{i+1}\,{}^{i+1}\hat z_{i+1} $$

$$ {}^{i}v_{i+1} = {}^{i}v_i + {}^{i}\omega_i \times {}^{i}P_{i+1}. $$

$$ {}^{i+1}v_{i+1} = {}^{i+1}_{i}R * ({}^{i}v_i + {}^{i}\omega_i \times {}^{i}P_{i+1}). $$

$$ {}^{i+1}\omega_{i+1} = {}^{i+1}_{i}R\,{}^{i}\omega_i, $$
$$ {}^{i+1}v_{i+1} = {}^{i+1}_{i}R * ({}^{i}v_i + {}^{i}\omega_i \times {}^{i}P_{i+1}) + \dot d_{i+1}\,{}^{i+1}\hat z_{i+1} $$

$$ {}^{i}f_i = {}_{i+1}^{\;\;i}R\,{}^{i+1}f_{i+1}, $$

$$ {}^{i}n_i = {}^{i}_{i+1}R^{i+1} n_{i+1} + {}^{i}P_{i+1} \times {}^{i}f_i . $$

$$ \begin{bmatrix} {}^{B}v_B \\ {}^{B}\omega_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{B}_{A}R & -{}^{B}_{A}R\,{}^{A}P_{BORG}\times \\ 0 & {}^{B}_{A}R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{A}v_A \\ {}^{A}\omega_A \end{bmatrix} $$

$$ \begin{bmatrix} {}^{A}v_A \\ {}^{A}\omega_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{A}_{B}R & {}^{A}P_{BORG}\times {}^{A}_{B}R \\ 0 & {}^{A}_{B}R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{B}v_B \\ {}^{B}\omega_B \end{bmatrix} $$

$$ \begin{bmatrix} {}^{A}F_A \\ {}^{A}N_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{A}_{B}R & 0 \\ {}^{A}P_{BORG}\times {}^{A}_{B}R & {}^{A}_{B}R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{B}F_B \\ {}^{B}N_B \end{bmatrix} $$

$$ P\times = \begin{bmatrix} 0 & -p_z & p_y \\ p_z & 0 & -p_x \\ -p_y & p_x & 0 \end{bmatrix} $$

TRAJEKTORIT

$$ \theta(0) = \theta_0 $$
$$ \theta(t_f) = \theta_f $$
$$ \dot\theta(0) = \dot\theta_0 $$
$$ \dot\theta(t_f) = \dot\theta_f $$
$$ \theta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 $$
$$ => \dot\theta(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 $$
$$ \ddot\theta(t) = 2a_2 + 6a_3 t $$

$$ \ddot\theta t_b = \frac{\theta_h - \theta_b}{t_h - t_b} $$
$$ \theta_b = \theta_0 + \frac{1}{2}\ddot\theta t_b{}^2 $$
$$ t_b = \frac{t}{2} - \frac{\sqrt{\ddot\theta^2 t^2 - 4\ddot\theta(\theta_f - \theta_0)}}{2\ddot\theta} $$

Monisegmenttinen trajektori jossa siirtymät:
Trajektorin sisäiset pisteet:

$$ \dot\theta_{jk} = \frac{\theta_k - \theta_j}{t_{djk}} $$
$$ \theta_b = \theta_0 + \frac{1}{2}\ddot\theta t_b^2 $$
$$ \ddot\theta_k = SGN(\dot\theta_{kl} - \dot\theta_{jk})\left|\ddot\theta_k\right| $$
$$ t_k = \frac{\dot\theta_{kl} - \dot\theta_{jk}}{\ddot\theta_k} $$
$$ t_{jk} = t_{djk} - \frac{1}{2}t_j - \frac{1}{2}t_k $$

Pisteet trajektorin alussa ja lopussa:

$$t_n = t_{d(n-1)n} - \sqrt{t_{d(n-1)n}^2 + \frac{2(\theta_n - \theta_{n-1})}{\ddot{\theta}_n}}$$

$$\dot{\theta}_{(n-1)n} = \frac{\theta_n - \theta_{n-1}}{t_{d(n-1)n} - \frac{1}{2}t_n}$$

$$t_{(n-1)n} = t_{d(n-1)n} - t_n - \frac{1}{2}t_{n-1}$$