

T-61.238 Signaalien tilastollinen mallinnus

Tentti 1.3.2004

Tentissä saa olla mukana laskin (ei ohjelmoitava tai muisti tyhjä) ja matematiikan perustaulukot (ei taulukoita joissa on kurssin aiheisiin suoraan liittyvää materiaalia)

1. (max 6p) Selitä *lyhyesti* seuraavat asiat menemättä tarpeettomasti yksityiskohtiin:
- Autokorrelaatio. (2p)
 - Väljässä mielessä stationäärisuus. (2p)
 - Pseudospektri ja MUSIC-menetelmä. (2p)
2. (max 6p) Tarkastellaan signaalia $x(0) = 1, x(1) = 1.5, x(2) = 0.75, x(3) = 0.375$. Mallinna signaali jollakin kurssilla oppimallasi menetelmällä käyttäen mallia

$$H(z) = \frac{b(0)}{1 + a(1)z^{-1} + a(2)z^{-2}}$$

3. (max 6p) (6p). Vastaa allaoleviin väittämiin "tosi" tai "epätosi", tai jätä vastaamatta. Oikea vastaus antaa yhden pisteen ja väärä -1 pistettä. Vastaamatta jättäminen antaa nolla pistettä.
- WSS-prosessin aikakeskiarvo ei aina suppene otoskeskiarvoon.
 - Vasteen autokorrelaatio $r_y(n)$ on syötteen autokorrelaation $r_x(n)$ ja impulssivasteen $h(n)$ konvoluutio.
 - AR-prosessin parametrit $a_p(k)$ voidaan ratkaista lineaarisen yhtälöryhmän avulla.
 - Impulssit (piikit) tehospektrissä johtuvat ainoastaan kohinasta: kohinattoman signaalin tehospektri on aina tasainen ja jatkuva.
 - WSS-prosessin autokorrelaatiomatriisi on aina positiivisemidefiniitti eli $\mathbf{x}^H \mathbf{R}_x \mathbf{x} \geq 0$ kaikilla \mathbf{x} .
 - LMS-algoritmi suppenee aina kun askelpituus μ toteuttaa ehdon $0 < \mu < 2$.
4. (max 6p) Nollakeskiarvoisen väljässä mielessä stationäärisen prosessin $x(n)$ autokorrelaatiomatriisi on

$$\mathbf{R}_x = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Mikä on vasteen $y(n)$ varianssi kun syöte $x(n)$ suodatetaan suotimella jonka impulssivaste on $h(0) = 1, h(1) = 1/2, h(2) = 1/4$ ja nolla muulloin? (3p)

Autokorrelaatiomatriisilla \mathbf{R}_x on ominaisarvot 1 ja 7, laske kolmas ominaisarvo itse. Oletetaan, että $x(n)$ noudattaa kompleksista sinisignaalmallia ja että kompleksisia sinisignaaleja on 1 tai 2 kappaletta. Kumpi on oikea määrä ja mikä on sinisignaalin taajuus? (2p)

Mikä on kohinan varianssi sinisignaalmallissa? (1p)