

T-61.238 Signaalien tilastollinen mallinnus

Tentti 12.12.2003

Tentissä saa olla mukana laskin (ei ohjelmitava tai muisti tyhjä) ja matematiikan perustaulukot (ei taulukoita joissa on kurssin aiheisiin suoraan liittyvää materiaalia)

1. (max 6p) Selitä *lyhyesti* seuraavat asiat menemättä tarpeettomasti yksityiskohtiin:
- Estimaattori ja sen hyvyyden mittaaminen. (2p)
 - Ergodisuuden merkitys satunnaisprosessien mallintamisessa. (2p)
 - Tehospektri ja periodogrammi. (2p)
2. (max 6p) Olet havainnut reaaliarvoisesta prosessista $x(n)$ seuraavat arvot: $x(0) = 1, x(1) = 2, x(2) = 2$.
- Estimoi 3×3 -kokoinen autokorrelaatiomatriisi niin, että tulos on positiivisemidefiniitti. Osoita että tulos on positiivisemidefiniitti. (2p)
 - Mallinna prosessi $x(n)$ AR(2)-prosessina. (2p)
 - Mikä on mallinnetun prosessin varianssi $\text{Var}(x(n))$ ja ehdollinen varianssi $\text{Var}(x(3)|x(2), x(1), x(0))$? (2p) 5, 237
3. (max 6p) Vastaa seuraaviin väitteisiin joko "tosi" tai "epätosi" tai jätä vastaamatta. Oikea vastaus antaa yhden pisteen, väärä -1 pistettä ja vastaamatta jättäminen nolla pistettä. Vastauksia ei tarvitse perustella.
- Satunnaisprosessi tunnetaan täysin kun tiedetään prosessin arvon $x(n)$ jakauma jokaisella hetkellä n .
 - Unit-root prosessi $x(n) = x(n-1) + v(n)$, missä $v(n)$ on nollakeskiarvoista valkoista kohinaa, on WSS-prosessi.
 - ARMA-prosessin differenssiyhtälö, missä syöte on valkoista kohinaa $v(n)$ ja vaste itse ARMA-prosessi $x(n)$, toteutuu myös jos syötteenä on ristikorrelaatio $r_{vx}(k)$ ja vasteena $r_x(k)$.
 - Woldin hajotelman mukaan mikä tahansa WSS-prosessi voidaan esittää MA-prosessina.
 - Jos Wiener-suodatuksessa kohina on nollakeskiarvoista valkoista kohinaa joka ei korreloi halutun signaalin kanssa, niin Wiener-suodin voidaan ratkaista pelkästään kohinan autokorrelaation $r_v(k)$ ja halutun signaalin autokorrelaation $r_d(k)$ avulla.
 - Sekä tehospektrin että pseudospektrin integraali jonkin taajuuskaistan yli kertoo prosessin tehon tällä kaistalla.
4. (max 6p) Prosessi $x(n) = A \exp(jn\omega) + v(n)$ koostuu yhdestä kompleksisesta sinisignaalista valkoisessa kohinassa. Kun korrelaatiomatriisi on

$$R_x = \begin{bmatrix} 3 & 2(1-j) \\ 2(1+j) & 3 \end{bmatrix}$$

niin

- mikä on kohinan varianssi? (2p)
- mikä on teho $P = |A|^2$? (2p)
- mikä on signaalin taajuus ω ? (2p)

nollan lähellä olevat ominaisarvot

