

Mat-1.1220 Matematiikan peruskurssi S2

3. välikoe 2008

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Laskimet ovat sallittuja.

1. Lagrangen kerroinmentelmää käyttämällä laske funktion $f(x, y) = x^2 + y^2$ minimi sidosehdolla $x^2y = 1$. (Pisteiden saamisen edellytys on, että ratkaisu perustuu kerroinmenetelmään.)

2. Tarkastellaan pintojen

$$x^2 + y^2 = 4, \quad y - z + 2 = 0, \quad z = 0,$$

rajoittamaa kappaletta.

- a) Hahmota/kuvaile kappaleen muoto.
- b) Laske kappaleen tilavuus.

3. Olkoon $\mathbf{F}: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ vektorikenttä

$$\mathbf{F}(x, y, z) = yz\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + yx\mathbf{k}.$$

- a) Onko \mathbf{F} pyörteetön?
 - b) Onko \mathbf{F} lähteetön?
 - c) Todista, että \mathbf{F} on konservatiivinen, ja etsi vektorikentälle \mathbf{F} skalaaripotentiali.
 - d) Laske $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ kun C on sileä käyrä pisteestä $(0, 0, 0)$ pisteeseen $(1, 1, 1)$.
4. Olkoon $\mathbf{F} = 3y\mathbf{i} - xz\mathbf{j} + yz^2\mathbf{k}$ ja olkoon \mathcal{S} paraboloidin $z = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$ se osa, joka jää tason $z = 2$ alle. Laske $\iint_{\mathcal{S}} \nabla \times \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ käyttämällä Stokesin lausetta, kun \mathcal{S} on suunnistettu siten, että normaali osoittaa alaspäin.