

**Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme koti-
tehtävää ovat hyväksytysti suoritettut ennen tenttiä.**

Tehtävä 1 (10p)

- (a) Määrittele seuraavat käsitteet: *muuttujaton termi*, *modus ponens* ja kvanttorin *vaikutusalue*. (3 × 2p)
- (b) Mitä tarkoitetaan merkinnällä $C_n(\Sigma)$?
Osoita yksityiskohtaisesti, että jos $\Sigma_1 \subseteq \Sigma_2$, niin $C_n(\Sigma_1) \subseteq C_n(\Sigma_2)$. (4p)

Tehtävä 2 (10p) Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väittämät:

- (a) $\models (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \wedge (C \rightarrow A) \rightarrow (A \leftrightarrow C)$
- (b) $\models \forall x \exists y (P(x) \wedge Q(y)) \rightarrow \exists y \forall x (P(x) \wedge Q(y))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 (10p) Johda lauseelle

$$\neg \exists x \forall y (\forall z R(x, z) \rightarrow \forall x R(x, y))$$

Prenex-normaali muoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto (eli klausuulijoukko S) ja osoita S toteutumattomaksi resoluutiolla.

Tehtävä 4 (10p) Esitetään luonnolliset luvut $0, 1, 2, \dots$ muuttujattomilla termeillä $0, s(0), s(s(0)), \dots$, jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s , joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x + 1$ luonnollisille luvuille x .

- (a) Määrittele predikaatti $D(x, y, z) = \text{“lukujen } x \text{ ja } y \text{ välinen etäisyys on } z\text{”}$ predikaattilogiikan lausein siten, että määritelmäsi kattaa kaikki luonnolliset luvut (yllä kuvatulla tavalla esitettynä).
- (b) Anna laatimallesi määritelmälle Σ malli $\mathcal{S} \models \Sigma$, jonka perusteella

$$\Sigma \not\models \exists x \exists y (D(x, x, x) \wedge D(y, y, y) \wedge \neg(x = y)).$$

Tehtävä 5 (10p)

Selitä, kuinka ehtolausekkeelle

$$\text{if } (B) \text{ then } \{C_1\} \text{ else } \{C_2\}$$

voidaan muodostaa *heikoin esiehto* B_1 annetusta jälkiehdosta B_2 .

Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa Minus:

$$v = x ; z = y ; \text{while} (! (z == 0)) \{ z = z - 1 ; v = v - 1 \}.$$

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\text{true}] \text{Minus } [v == x - y].$$

Vastauspapereissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.