Teknillinen Korkeakoulu **Ehtamo / Hughes**
Systeemianalyysin laboratorio
Mat-2.2105 Optimoinnin perusteet

Tentin tulokset ovat saatavilla viimeistään kesäkuun ensimmäisellä viikolla.

Kirjoita ensin alla mainitut koepapereihin selvästi

- Mat-2.2105 Optimoinnin perusteet, 14.5.2008
- sukunimi, etunimi (puhuttelunimi alleviivattuna)
- opiskelijanumero, koulutusohjelma ja vuosikurssi
- päiväys ja allekirjoitus

1.

Maisteri Pekkasen karkkitehdas tuottaa tikkareita, makeisia ja konvehteja. Kunkin tuotteen valmistamiseen kuluu tietty määrä suklaata ja sokeria. Alla olevasta taulukosta näkyy kustakin tuotteesta saatava tuotto sekä niiden vaatimat määrät raaka-aineita. Yrityksellä on käytettävissä sokeria korkeintaan 800 yksikköä ja suklaata korkeintaan 1200 yksikköä.

Tuote	**Tikkarit**	**Karkkit**	**Konvehdit**
Tuotto /laatikko	30 €	40 €	80 €
Vaatii sokeria /laatikko	20	30	0
Vaatii suklaata /laatikko	0	30	40

Yritys haluaa maksimoida tuottoaan, eli miten paljon sen tulisi valmistaa kutakin tuotetta? Muotoile tästä LP-tehtävä ja ratkaise se SIMPLEX-algoritmilla selittäen eri työvaiheet. (6p)

2.

Etsi optimointitehtävän
min $z = (x - 6)^2 + (y - 4)^2$
s.t. $y^2 - x \leq 0$
$y - x + 2 \geq 0$
$x, y \geq 0$
ratkaisu graafisesti. Piirrä kuvaan rajoitusehdot, käypä alue, ja kohdefunktion käyrät. Esitä välttämättömät KKT-ehdot ja tutki toteuttaako löytämäsi piste ne. (6p)

3.

a) Huonekaluliike Oksa Oy valmistaa tuoleja ja pöytiä, joiden materiaalina käytetään puuta. Tuoliin kuluu puuta 2 kg ja pöytään vastaavasti 5 kg. Lisäksi yhden tuolin valmistamiseen käytetään 6 työtuntia, kun taas pöydän valmistukseen tarvitaan 10 työtuntia. Oksa Oy:llä on viikottain käytössään 1700 kg puuta sekä 2150 työtuntia. Tuoleista saadaan voittoa 150 €/kpl ja pöydistä saadaan voittoa 320 €/kpl. Oksa Oy ei kuitenkaan tuotannollisista syistä voi valmistaa viikossa tuoleja kolmea kertaa enempää kuin pöytiä. Yritys haluaa maksimoida viikottaisia voittojaan. Formuloi ongelma kokonaislukuoptimoinnin (ILP) tehtävänä. Tehtävää ei tarvitse ratkaista. (4p)

b) Esitä lyhyesti Branch-and-Bound –menetelmän toimintaperiaate kokonaislukutehtävien ratkaisemiseksi.(2p)

4.

a) Kuvaile lyhyesti kultaisen leikkauksen menetelmä (2p)

b) Kuvaile lyhyesti miten Hessen matriiseja voidaan käyttää tutkittaessa mahdollisen optimipisteen luonnetta (1p)

c) Etsi seuraavan funktion gradientin nollakohdat ja tutki niiden laatu (minimi, maksimi, satulapiste)

$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$

(3p)

5.

Selitä lyhyesti mutta täsmällisesti seuraavat käsitteet.

a) Pareto-optimaalinen piste (1p)
b) Gauss-Jordanin eliminointimenetelmä (1p)
c) Slack-muuttuja (1p)
d) Portfolion optimointitehtävä (1p)
e) Duaalimuuttuja (1p)
f) Funktion lokaali minimi (1p)