

1. Määrittele, vastaa tai selitä lyhyesti:
 - a) Van der Waals -sidos (1p)
 - b) Madelungin vakio (1p)
 - c) Lauen diffraktioehto (1p)
 - d) Rakennetekijä diffraktiossa (1p)
 - e) Harmoninen approksimaatio (1p)
 - f) Anharmoniset ilmiöt kidehilan dynamiikassa. (1p)

2. Tarkastellaan *fcc*-hilaa:
 - a) Muodosta hilan kantavektorit. (2p)
 - b) Muodosta käänteishilan kantavektorit. (2p)
 - c) Näytä, että *fcc*-hilan käänteishila on *bcc*-hila. (2p)

3. a) *bcc*-Bravais-hila voidaan esittää yksinkertaisena kuutiollisena hilana, jonka kannassa on kaksi identtistä atomia ja jonka hilavakio on a . Oletetaan, että atomien sirontatekijä on $f = 1$. Näytä, että rakennetekijä S on joko 2 tai 0 jokaisessa käänteishilan pisteessä. (3p)
 - b) Piirrä *fcc*-hilan (111)-hilatason atomipaikat ja merkitse kuvaan atomien väliset etäisyydet. Millä hilatasolla atomien tiheys pinta-alayksikköä kohden on suurin mahdollinen? (3p)

4. a) Kirjoita yksidimensioisen lineaarisen hilan (ketjun) liikeyhtälö. Ketjussa on N kpl (suuri luku) atomeita, joiden välimatka on a , tasapainoon palauttava jousivakio on K , ja jokaisen atomin massa on m . Ratkaise liikeyhtälö käyttämällä yritettä $u_n(t) = u(k) \exp[i(kna - \omega t)]$. (2p)
 - b) Laske ketjun dispersiorelaatio $\omega(k)$. (2p)
 - c) Laske ketjun värähtelymoodien tilatiheys $g(\omega)$. (2p)

5. Debyen malli hilavärähtelyille:
 - a) Näytä, että tilatiheys on kolmiulotteiselle isotrooppiselle elastiselle aineelle

$$g(\omega)d\omega = \frac{3V\omega^2}{2\pi^2v_0^3}d\omega,$$

missä v_0 on sopivalla tavalla laskettu keskiarvo poikittaisesta (v_t) ja pitkittäisestä (v_l) äänennopeudesta. (2p)

- b) Johda ominaislämpökapasiteetille lauseke

$$C_v(T) = 3 \frac{3Nk_B}{V} \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3 \int_0^{\Theta_D/T} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx,$$

missä Θ_D on Debye-lämpötila. (2p)

- c) Miten $C_v(T)$ käyttäytyy erittäin korkeissa ja matalissa lämpötiloissa? (2p)