

Mat-1.421 Peruskurssi S1

3. välikoe 11.12.2003

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa saa käyttää funktiolaskinta, ei muita apuvälineitä. Koeaika on 3h.

1. (a) Ratkaise likimääräisesti yhtälö $x^3 + 2x - 1 = 0$ Newtonin menetelmällä siten, että virhe on korkeintaan 10^{-4} . Perustele tarkkuus. Käytä alkuarvona $x_0 = 1$.

- (b) Laske raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{x^2}}{8x^2 - \sin(x^2)}.$$

2. (a) Laske osittaisintegroimalla

$$\int x \sin(2x) dx.$$

- (b) Ratkaise separoimalla integraaliyhtälö

$$y(x) = 7 - \int_0^x ty(t) dt.$$

3. (a) Laske numeerisesti integraali

$$\int_0^{3\pi/2} \sin\left(\frac{x}{2} + 1\right) dx$$

käyttämällä Simpsonin sääntöä $n = 4$ osavälillä.

- (b) Tarkastellaan tasoa, joka kulkee pisteen $(1, 2, 3)$ kautta, ja jonka virittävät vektorit $2\mathbf{i} + \mathbf{j}$ ja $\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$. Mikä on tason normaalivektori? Määritä tason yhtälö muodossa $Ax + By + Cz + D = 0$.

4. Olkoon annettu parametrisoitu käyrä $x = \sin(t^3)$, $y = \cos(t^3)$, $t \in [0, \frac{1}{2}(2\pi)^{1/3}]$.

- (a) Määritä käyrän pituus.

- (b) Määritä pyörähdyskappaleen pinta-ala, kun käyrä pyörähtää x -akselin ympäri.