

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:

- 1) opintojakson nimi, välikokeen numero (jos välikoe), päiväys;
- 2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet;
- 3) koulutusohjelma (Ark, Mar, Kem, Tik, Tuo, Tfy, Kon, Maa, Puu, Ryk, Säh, Aut, Mak);
- 4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;
- 5) nimikirjoitus

1. Olkoon $w = -1 - i$.

- (a) Määritä w :n moduuli (eli itseisarvo) ja argumentti (eli vaihekulma).
- (b) Määritä kaikki kompleksiluvut z , jotka toteuttavat yhtälön $z^5 = w$.
- (c) Määritä kaikki kompleksiluvut z , jotka toteuttavat yhtälön $e^z = w$.

2. Millä parametrin α arvoilla yhtälösystemillä

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 + 2\alpha \\ -3x_1 - 4x_2 + 4x_3 &= -4 - 6\alpha \\ -x_1 + 2x_3 &= -\alpha \end{aligned}$$

on äärettömän monta, täsmälleen yksi tai ei yhtään ratkaisua? Määritä ratkaisu(t) kun ratkaisuja on olemassa.

3. Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Määritä A :n ominaisarvot ja määritä jokin sellainen matriisi V , että $V^{-1}AV$ on lävistämatriisi. Onko mahdollista valita V siten, että se on ortogonaalinen? Onko A kääntyvä, eli onko käänteismatriisi A^{-1} olemassa? (Käänteismatriisia ei tarvitse laskea.) Mikä on A :n rangi? Perustele!

4.

(a) Määritä $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) \sin(\frac{1}{x})}{\sqrt{|x|}}$. (Laske ensin $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{\sqrt{|x|}}$.)

(b) Funktiosta $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ tiedetään, että $|f(x)| \leq \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ kun $x > 0$.

Määritä jokin luku $P > 0$ siten, että jos $x > P$ niin $|f(x)| < 10^{-30}$. Osoita, määritelmän nojalla, että $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$.