Teknillinen Korkeakoulu, Matematiikka Gripenberg/Salin
Mat-1.421 Matematiikan peruskurssi S1
1. välikoe 18.10.1999

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:
1) opintojakson nimi, välikokeen numero (jos välikoe), päiväys;
2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet;
3) koulutusohjelma (Ark, Mar, Kem, Tik, Tuo, Tfy, Kon, Maa, Puu, Ryk, Säh, Aut, Mak, Iv);
4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;
5) nimikirjoitus

1.

(a) Olkoon $z_0 = -2 - \mathrm{i}$. Määritä z_0:n argumentti. Esitä kompleksiluku $z_0^2/(\overline{z_0}+1)$ muodossa $a + \mathrm{i}b$. Katso ratkaisu

(b) Määritä (muodossa $a + \mathrm{i}b$) funktion $\ln(-1 - \mathrm{i}\sqrt{3})$ kaikki arvot, eli yhtälön $\mathrm{e}^z = -1 - \mathrm{i}\sqrt{3}$ kaikki ratkaisut.

2. Millä vakion α arvolla yhtälöryhmällä

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 - 5x_3 &= 1 \\ 4x_1 - 2x_2 - 3x_3 &= -5 \\ 2x_1 - x_2 - 5x_3 &= 7(1-\alpha) \\ -4x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 5 \end{aligned}$$

on äärettömän monta, täsmälleen yksi tai ei yhtään ratkaisua. Määritä ratkaisut kun niitä löytyy. Onko jokin tapaus (∞, 1 tai 0 ratkaisua) poissuljettu jo sen perusteella, että systeemissä on neljä yhtälöä ja kolme tuntematonta? (Perustele!)

3. Määritä matriisin $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ käänteismatriisi A^{-1} Gaussin algoritmin avulla.

4.

(a) Määritä matriisin $\begin{bmatrix} 73 & 105 \\ -50 & -72 \end{bmatrix}$ ominaisarvot ja ominaisvektorit. Vastaus takana

(b) Oletetaan, että A ja B ovat $n \times n$-matriiseja ja A:lla on n lineaarisesti riippumatonta ominaisvektoria, jotka ovat myös B:n ominaisvektoreita. Osoita, että $AB = BA$