

## Mat-1.1220 Matematiikan peruskurssi S2

### 3. välikoe 07.05.2007

Täytä selvästi jokaiseen vastauspaperiin kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa on laskimen käyttö sallittu

1. Yksikköpallosta  $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$  leikataan kartio  $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq z^2, z \geq 0\}$  irti. Laske jäljelläolevan kappaleen tilavuus (tilavuusintegraalin avulla).

2. Olkoon  $\mathbf{F}$  vektorikenttä

$$\mathbf{F} = yz\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + xy\mathbf{k}.$$

a) Onko  $\mathbf{F}$  pyörteetön/lähteetön?

b) Osoita, että  $\mathbf{F}$  on konservatiivinen ja etsi  $\mathbf{F}$ :lle skalaaripotentiali.

c) Laske  $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ , kun  $C$  on sileä käyrä pisteestä  $(0, 0, 0)$  pisteeseen  $(1, 1, 1)$ .

3. Laske vektorikentän

$$\mathbf{F} = \frac{2x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j}}{x^2 + y^2} + \mathbf{k}$$

vuon alapäin läpi pinnan  $\mathcal{S}$ , jonka parametrimuotoinen esitys on  $\mathbf{r}(u, v) = u \cos v \mathbf{i} + u \sin v \mathbf{j} + u^2 \mathbf{k}$ , missä  $0 \leq u \leq 1$  ja  $0 \leq v \leq 2\pi$ .

4. Olkoon

$$\mathbf{F} = y^2\mathbf{i} - x^2\mathbf{j}$$

ja  $C$  kolmion myötäpäivään suunnistettu kehä, jonka kärkipisteet ovat  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$  ja  $(0, 1)$ .

Laske viivaintegraali  $\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$

a) suoraan määritelmää käyttäen,

b) Greenin kaavalla.