TKK, Matematiikan laitos — Gripenberg, Astola

Mat-1.432 Matematiikan peruskurssi K2

3. välikoe 26.4.2004

$At^3 - 6At^2 + 5At - 4 = 0$

Kirjoita jokaiseen koepaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ym. tiedot !

Funktiolaskin on sallittu apuväline tässä kokeessa!

Ate^{-t}

$-At^2e^{-t}$

At^3e^{-t}

1. Määritä differentiaaliyhtälön

$$y''(t) + 6y'(t) + 5y(t) = 4e^{-t},$$

ratkaisu kun $y(0) = -1$ ja $y'(0) = -2$.

$At^3e^{-t} - 6At^2e^{-t} + 5Ate^{-t} = 4e^{-t}$

2.

(a) Runge-Kuttan menetelmässä lasketaan $k_1 = hf(x_n, y_n)$, $k_2 = hf(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1)$, $k_3 = hf(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_2)$, $k_4 = hf(x_n + h, y_n + k_3)$, ja $y_{n+1} = y_n + \frac{1}{a}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$ missä a on tietty kokonaisluku. Esitä jokin tapa, jonka avulla voidaan päätellä miten a on valittava.

(b) Differentiaaliyhtälö $y(x)y'(x) = y(x) + 1 + x$, $y(0) = 1$ on ratkaistava likimääräisesti Runge-Kuttan (4. kertaluvun) menetelmällä. Laske yksi askel askelpituudella $h = 0.2$.

3.

(a) Suppeneeko sarja $\sum_{n=1}^{\infty} (2^{-n} + n)\sin(\frac{1}{n})$? Perustele!

(b) Millä muuttujan t arvoilla sarja $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-(-1)^n}{n^2}\cos(2\pi nt)$ suppenee? Perustele!

4. Ratkaise differentiaaliyhtälö $y''(x) + xy'(x) + y(x) = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ sarjakehitelmällä ja laske sarjan 4 ensimmäistä nollasta poikkeavaa termiä. Mikä on sarjan suppenemissäde?

$\gamma[t]$