

Kirjoita jokaiseen koepaperiin nimesi, opiskelijanumerosi, tutkinto-ohjelmasi (AUT, TFM, TIK, INF, TUO, KON, ENE, KEM, MTE, PUU, ARK, MAR, GMA, KTA, RYT, RRT, YJR, BIO, EST, TLT, tms.) sekä ym. tiedot!

Laskin (yo-kirjoituksissa hyväksyty) on sallittu apuväline tässä kokeessa!

1. Laske vektorikentän $f(x, y, z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ vuo pallopinnan $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ läpi, kun pinnan normaali on valittu pallon $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$ ulkonormaali,

- (a) laskemalla pintaintegraali suoraan,
(b) käyttämällä hyväksi Gaussin lausetta (divergenssilausetta).

Vihje: Jos $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, pallokoordinaateissa $\mathbf{n} \, dS = \pm a^2 \sin(\phi)(\cos(\theta) \sin(\phi)\mathbf{i} + \sin(\theta) \sin(\phi)\mathbf{j} + \cos(\phi)\mathbf{k}) \, d\theta d\phi$.

2. Hae alkuarvotehtävän

$$y''(t) + 4y'(t) + 5y(t) = e^{-2t}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

ratkaisu.

3. Olkoon $y(x)$ differentiaaliyhtälön $y'(x) = -x(y(x) + 1)^2$ ratkaisu alkuarvolla $y(0) = 0$. Määritä $y(0.1)$

- (a) tarkasti ratkaisemalla ensin differentiaaliyhtälö,
(b) likimääräisesti käyttämällä (4. kertaluvun) Runge-Kuttan menetelmää askelpituudella $h = 0.1$.

4. (a) Tutki sarjan

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^k}{k!}$$

suppenemista. Mainitse selvästi, mihin suppenemistestiin nojaudut.

(b) Perustelee sarjan

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k \ln(k)}{k}$$

suppeneminen. Mitä voidaan sanoa virheen suuruudesta, jos sarja katkaistaan viidennen termin jälkeen?

Muista antaa palautetta 9.5. mennessä kurssin kotisivulta löytyvän palautelinkin kautta.

KÄÄNNÄ!