

Tentti 18.5.2006

### Kirjoita koepapereihin selvästi

- Mat-2.148 Dynaaminen optimointi, tentti 18.5.2006
- opintokirjan n:ro, TEKSTATEN sukunimi, viralliset etunimet (puhuttelunimi alleviivaten)
- koulutusohjelma (ei osasto), vuosikurssi
- nimikirjoitus

1. Määrittele lyhyesti, mutta täsmällisesti (formuloi)

- a) Optimaalisuusperiaate
- b) Prinsessa Didon ongelma
- c) Funktionaalin inkrementti
- d) Lokaali tasapainoanalyysi
- e) Isoperimetrinen rajoitus
- f) Nashin tasapainoratkaisu

2. Ratkaise Hamilton-Jacobi-Bellmanin yhtälön avulla optimaalinen ohjaus, joka minimoi kriteerin

$$J(u) = \int_0^{\infty} e^{-rt} [ax^2(t) + bu^2(t)] dt$$

lineaarille systeemille

$$\dot{x}(t) = -x(t) + u(t), \quad x(0) = x_0 > 0, \quad a, b, r > 0.$$

Vihje: kokeile yrittä  $J^*(x(t), t) = e^{-rt} Ax^2(t)$ .

3. Määritä variaatiolaskennan keinoin lyhin rata pisteestä  $x(0) = 2$  suoralle  $\theta(t) = -4t + 5$ .

4. a) Hae välttämättömät ehdot ekstremaalille, kun

$$J(w) = \int_{t_0}^{t_f} [w_1^2(t) + w_1(t)w_2(t) + w_2^2(t) + w_3^2(t)] dt$$

ja  $\dot{w}_1(t) = w_2(t)$  sekä  $\dot{w}_2(t) = -w_1(t) + [1 - w_1^2(t)]w_2(t) + w_3(t)$  (3p).

b) Määrää optimiohjaus ja tilan optimitrajektori, joka maksimoi kriteerin

$$J(u) = \int_0^1 [-x^2(t) - u^2(t)] dt$$

lineaarille systeemille

$$\dot{x}(t) = u(t), \quad x(0) = 1, \quad x(1) \text{ vapaa (3p).}$$

5. Olkoon lineaarinen systeemi muotoa

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -u(t),\end{aligned}$$

missä ohjaukset on rajoitettu  $|u(t)| \leq 1$ . Minimoitava kriteeri on muotoa

$$J = \int_0^{t_f} \frac{1}{2} [x_1^2(t)] dt.$$

Loppuaika  $t_f$  on vapaa ja  $\mathbf{x}(t_f) = \mathbf{0}$ .

- a) Määritä liittotilayhtälöt ja tarvittavat reunaehdot (1p).
- b) Tutki singulaariväljen olemassaolon mahdollisuus ja mahdollisten singulaaritrajektorien optimaalisuus (5p).