Mat.-1.451 Svenskspråkig grundkurs i matematik 1 **Metsalo**

Mellanförhör nr 1, 2003-10-13

Texta på varje papper

- **studieperiod, datum**
- **studiekortets nr+bokst.. släktnamnet understreckat, alla förnamn**
- **utbildningsprogram** (ARK, AUT, BIO, ..., TLT, TUO, YHD)
- **eventuella tidigare namn och utbildningsprogram**
- **komplettera med namnteckning**

Vid detta mellanförhör får vanliga funktionsräknare användas. Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.

1. Talen a_n definieras på följande sätt:

$$a_1 = \sqrt{\pi}, \quad a_{n+1} = \sqrt{2+a_n} \quad \text{för } n \in \mathbb{N} = \{1,2,3,\ldots\}.$$

Visa med hjälp av induktion att

a) $a_n > 0$ för alla $n \in \mathbb{N}$ (1p.)

b) $a_n < 2$ för alla $n \in \mathbb{N}$ (2p.)

c) $a_{n+1} > a_n$ för alla $n \in \mathbb{N}$ (3p.)

2. Lös 2:a-gradsekvationen $iz^2 + (5-2i)z - (11+7i) = 0$. Redovisa alla mellanstegen.

3a) Beräkna determinanten hos 4×4-matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & 5 \\ 3 & 0 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

b) Lös det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ \phantom{x+{}} 3y + 4z = -1 \\ 2x - y + 2z = 5 \\ 3x \phantom{{}+y} + 5z = 7 \end{cases}$$

4a) Förklara vad som menas med att en mängd vektorer i ett reellt vektorrum är linjärt oberoende.

b) Undersök huruvida de fyra 2×2-matriserna

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad M_2 = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \quad M_3 = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{och} \quad M_4 = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$$

i vektorrummet bestående av reella 2×2-matriser är linjärt oberoende eller inte.