Mat.-1.451 Svenskspråkig grundkurs i matematik 1 Metsalo
Mellanförhör nr 1, 2001-10-15

Texta på varje papper
- **studieperiod, datum**
- **studiekortets nr+bokst.. släktnamnet understreckat, alla förnamn**
- **utbildningsprogram** (ARK, AUT, EST, INF, KEM, KON, MAK, MAA, MAR, PUU, RYK, TIK, TLT, TUO)
- **eventuella tidigare namn och utbildningsprogram**
- **komplettera med namnteckning**

Vid detta mellanförhör får vanliga funktionsräknare användas.
Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.

1. Visa att $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (n-1)^2 + n^2 = 2n\cdot(2n+1)\cdot(2n+2)/24$ för $n = 1, 2, 3, \dots$.

2a) $z = (4+3i)/(2-i)$. Skriv $\bar{z}$ (komplexkonjugatet) på formen $a+bi$.

b) Bestäm alla lösningar till ekvationen $w^3 = 8i$ på formen $a+bi$.

3. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -1 \\ 17 & 2 \\ \eta & -2 \end{pmatrix}$ och $\bar{b} = \begin{pmatrix} -5 \\ 15 \\ \xi \\ -20 \end{pmatrix}$ För speciella värden på konstanterna ξ (xi) och η (eta) har det linjära ekvationssystemet $A\bar{x} = \bar{b}$ en unik lösning.

Bestäm dessa ξ och η samt det linjära ekvationssystemets lösning i det fallet.

4. Mängden C består av reella 2×2-matriser på formen $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha \end{pmatrix}$

Nollmatrisen 0 och identitetsmatrisen I tillhör mängden C och om matriserna A och B tillhör mängden C, så tillhör även matriserna A+B och −A mängden C. Visa att

a) mängden C är sluten under matrismultiplikation, dvs. att om matriserna A och B tillhör mängden C, så tillhör även matrisen AB mängden C.

b) matrismultiplikationen är kommutativ på mängden C, dvs. att om matriserna A och B tillhör mängden C, så är AB = BA.

c) om matrisen A tillhör mängden C och om $A \neq 0$ (nollmatrisen), så tillhör även matrisen A^{-1} mängden C.

(Mängden C bildar faktiskt en kropp under operationerna matrisaddition och matrismultiplikation, men det behöver inte visas.)