

**Texta på varje papper**

- studieperiod, datum
- studiekortets nr+bokst., släktnamnet understrekat, alla förnamn
- utbildningsprogram
- eventuella tidigare namn och utbildningsprogram
- komplettera med namnteckning

Vid detta mellanförhör får vanliga funktionsräknare användas. Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas. Mer utförliga regler finns på baksidan av uppgiftsbladet.

1. De trigonometriska funktionerna  $\cos$  och  $\sin$  definieras mha.

enhetscirkeln och satisfierar som bekant bl.a.

i)  $(\cos(a))^2 + (\sin(a))^2 = 1$

ii)  $\cos(a+b) = \cos(a)\cdot\cos(b) - \sin(a)\cdot\sin(b)$

iii)  $\sin(a+b) = \sin(a)\cdot\cos(b) + \cos(a)\cdot\sin(b)$

De hyperboliska funktionerna  $\cosh$  och  $\sinh$  definieras mha. exponentialfunktionen via  $\cosh(x) = (e^x + e^{-x})/2$ ,  $\sinh(x) = (e^x - e^{-x})/2$ .

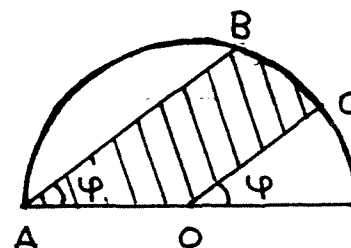
Visa, att  $\cosh$  och  $\sinh$  satisfierar

a)  $(\cosh(a))^2 - (\sinh(a))^2 = 1$

b)  $\cosh(a+b) = \cosh(a)\cdot\cosh(b) + \sinh(a)\cdot\sinh(b)$

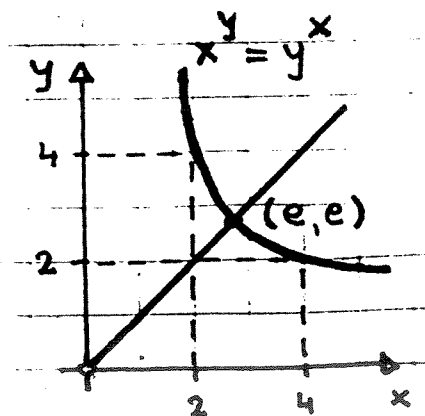
c)  $\sinh(a+b) = \sinh(a)\cdot\cosh(b) + \cosh(a)\cdot\sinh(b)$

2. I en halvcirkel med medelpunkten  $O$  och med  $A$  som diameters ena ändpunkt dras en korda  $AB$  och parallellt med den en radie  $OC$ . Hur stor är maximala arean hos området  $OCBA$  (skuggat i figuren till höger)?



3. Produkten  $f \cdot g$  av två funktioner  $f$  och  $g$  definieras via  $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$ . Visa, att om  $f$  och  $g$  är differentierbara i punkten  $x_0$  (dvs. om  $f'(x_0)$  och  $g'(x_0)$  existerar), så är även  $f \cdot g$  differentierbar i  $x_0$  och  $(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0) \cdot g(x_0) + f(x_0) \cdot g'(x_0)$ . (Det är alltså deriveringsformeln för en produkt, som skall visas. Räkner regler för gränsvärden får antas vara kända.)

4. Kurvan  $x^y = y^x$ ,  $x, y > 0$  består av två grenar, nämligen linjen  $x = y$  och en gren, som bl.a. går genom punkterna  $(2,4)$ ,  $(e,e)$  och  $(4,2)$  (se fig. till höger). Bestäm kurvans lutning i  $(4,2)$ .



Efter mellanförhöret finns lösningsförslag för påseende utanför U337b.