

Mat.-1.451 Svenskspråkig grundkurs i matematik 1
Mellanförhör nr 3, 2003-12-11

Texta på varje papper

- studieperiod, datum
- studiekortets nr+bokst.. släktnamnet underströkat, alla förnamn
- utbildningsprogram (ARK, AUT, BIO, ..., TLT, TUO, YHD)
- eventuella tidigare namn och utbildningsprogram
- komplettera med namnteckning

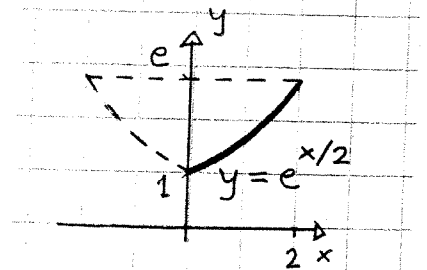
Vid detta mellanförhör får vanliga funktionsräknare användas.
Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.

1. a) Bestäm parametern a så att gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - \sqrt{1+ax}}{x^2}$ blir ett ändligt tal b .
- b) Bestäm detta ändliga gränsvärde $b = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - \sqrt{1+ax}}{x^2}$ för parametervärdet a från föregående deluppgift.
- c) Funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{3x} - \sqrt{1+ax}}{x^2} & , 0 < |x| < \frac{1}{|a|} \\ b & , x = 0 \end{cases}$$

med a och b från de tidigare deluppgifterna är kontinuerlig i origo, eftersom dess gränsvärde är lika med dess funktionsvärde där. Bestäm $f'(0)$.

2. a) Då kurvan $y = e^{x/2}$, $0 \leq x \leq 2$ roterar kring y-axeln uppstår en rotationssymmetrisk yta. Sätt upp integralen som ger denna ytas area.
- b) Approximera denna area genom att approximera integralen med hjälp av Simpsons metod, så att integrationsintervallet delas upp i fyra lika långa delintervall.
(Själva arean $A = 18$, avrundat till närmaste heltal.)
3. Den rotationssymmetriska ytan i föregående uppgift kan användas som en behållare (typ martini-glas). Beräkna behållarens volym. (Svar: $V = 9$, avrundat till närmaste heltal.)



4. a) Bestäm lösningen $y(x)$ till den separabla differentialekvationen

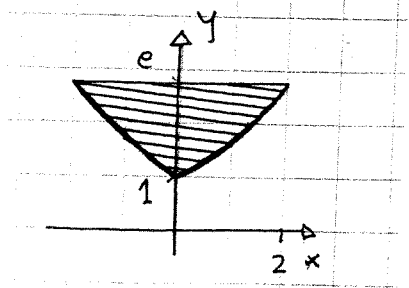
$$\frac{dy}{dx} = -\frac{e^{-x}}{y^2},$$

som satisfierar begynnelse-villkoret $y(0) = 2$.

- b) Bestäm lösningen $y(x)$ till den linjära differentialekvationen

$$\frac{dy}{dx} + \cos(2x)y = 3 \cos(2x),$$

som satisfierar begynnelse-villkoret $y(0) = 1$.



Gott råd: I bägge deluppgifterna är det enkelt att kontrollera, att svarsfunktionen satisfierar såväl differentialekvationen som begynnelse-villkoret.

Glöm inte att lämna in kursutvärderingarna till studiechefen. God Jul och Gott Nytt År!