

**Texta på varje papper**

- studieperiod, tentamen, datum
- studiekortets nr + bokst. släktnamnet understreckat, alla förnamn
- utbildningsprogram (ARK, AUT, EST, INF, KEM, KON, MAK, MAA, MAR, PUU, RYK, TIK, TLT, TUO)
- eventuella tidigare namn och utbildningsprogram
- komplettera med namnteckning

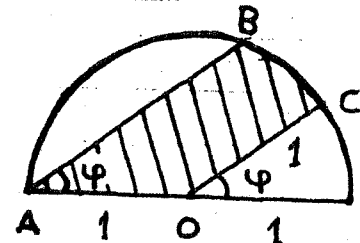
Vid denna tentamen får vanliga funktionsräknare användas.  
Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.

1. Låt  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$  och  $\bar{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ .

- a) Visa att ekvationssystemet  $A\bar{x} = \bar{b}$  saknar lösning.  
b) Lös ekvationssystemet  $A^T A \bar{x} = A^T \bar{b}$ .
2. En mängd  $M$  kallas för en GRUPP, om  $M$  är utrustad med en binär operation  $\&$ , som satisfierar:
- A0)  $x, y \in M \Rightarrow x \& y \in M$  (M sluten under  $\&$ )  
A1)  $(x \& y) \& z = x \& (y \& z)$  för alla  $x, y, z \in M$  ( $\&$  associativ)  
A2) Det existerar ett element  $e \in M$  sådant att  $e \& x = x \& e = x$  för alla  $x \in M$ . (e enhet under  $\&$ )  
A3) För varje  $x \in M$  existerar det ett element  $x^{-1} \in M$  sådant att  $x \& x^{-1} = x^{-1} \& x = e$ . (inverterbar under  $\&$ )

Visa att mängden av alla reella  $n \times n$ -matriser med determinant = 1 bildar en grupp under operationen matrismultiplikation. Allmänna egenskaper hos matriser får antas kända och behöver inte visas, om man nämner vilka egenskaper man utnyttjar och var man utnyttjar dem.

3. I en halvcirkel med radien 1, med medelpunkten  $O$  och med  $A$  som diameterns ena ändpunkt dras en korda  $AB$  och parallellt med den en radien  $OC$ . Hur stor är maximala arean hos området  $OCBA$  (skuggat i figuren)?



4. Beräkna följande anti-derivator (obestämda integraler):

a)  $\int x \cdot \sin(3x^2) dx$       b)  $\int x^2 \cdot \sin(3x) dx$ .

5. Beräkna arean hos den paraboliska reflektorn, som uppstår då parabelbågen  $y = x^2$ ,  $0 \leq x \leq 1$  (se skissen till höger) roterar kring y-axeln. (Svar:  $A \approx 5.33$ )

