

Texta på varje papper

- studieperiod, tentamen, datum
- studiekortets nr+bolst.. släktnamnet understrekat, alla förnamn
- utbildningsprogram (ARK, AUT, EST, INF, KEM, KON, MAK, MAA, MAR, PUU, RYK, TIK, TLT, TUO)
- eventuella tidigare namn och utbildningsprogram
- komplettera med namnteckning

Vid denna tentamen får vanliga funktionsräknare medtagas.
Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte medtagas.

1. Visa, att $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (n-1)^2 + n^2 = 2n \cdot (2n+1) \cdot (2n+2) / 24$
för $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$.

2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -3 & -2 & 2 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$, $\bar{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ \alpha \end{pmatrix}$

- a) För ett visst värde på α är \bar{x} en egenvektor till matrisen A .
Bestäm detta α -värde samt egenvärdet λ , till vilket egenvektorn \bar{x}
i så fall hör.
- b) A och A^T har som bekant samma karakteristiska polynom och följdaktligen också samma egenvärden. Bestäm en egenvektor till matrisen A^T , som hör till egenvärdet λ från a)-delen.

3. Krökningen κ hos en kurva $y = f(x)$ ges som bekant av uttrycket
 $\kappa(x) = |f''(x)| / (1 + (f'(x))^2)^{3/2}$. Krökningen hos kurvan $y = x^3$ är noll
i origo, där kurvan har en inflektionspunkt samt går mot noll, då
 $x \rightarrow \pm\infty$. För vilka x -värden är kurvans krökning som störst?
(Gott råd: en icke-negativ funktion antar sitt maximum samtidigt som
dess kvadrat.)

4. Då kurvan $y = H \cdot (x/R)^4$, $0 \leq x \leq R$ (se skissen
till höger) roterar kring y -axeln uppstår en
rotationssymmetrisk skål.

Beräkna skålens volym med hjälp av

- a) tvärsnittsmetoden (skivformeln)
b) metoden med cylindriska skal.

5. Bestäm arean hos den paraboliska reflektorn,
som uppstår då parabelbågen $y = x^2$, $0 \leq x \leq 1$
(se skissen till höger) roterar kring y -axeln.

