Mat.-1.451 Grundkurs i matematik 1 **Metsalo**

Tentamen, 5.4.2003

Texta på varje papper
- **studieperiod, tentamen, datum**
- **studiekortets nr+bokst.. släktnamnet understreckat, alla förnamn**
- **utbildningsprogram** (ARK, AUT, EST, INF, KEM, KON, MAK, MAA, MAR, PUU, RYK, TIK, TLT, TUO)
- **eventuella tidigare namn och utbildningsprogram**
- **komplettera med namnteckning**

På denna tentamen får vanliga funktionsräknare användas.
Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.

1. Låt $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ och $\bar{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$.

a) Beräkna det(A).

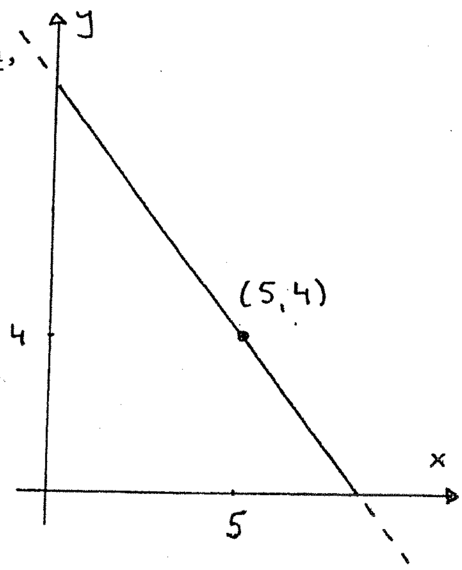
b) Beräkna $\text{inv}(A) = A^{-1}$.

c) Lös det linjära ekvationssystemet $A\bar{x} = \bar{b}$.

2a) Låt B vara en n×n-matris. Visa att om λ är ett egenvärde till matrisen B, så är λ^2 ett egenvärde till matrisen B^2.

b) Låt C vara en inverterbar n×n-matris. Visa att i så fall är även C:s transponatmatris C^T inverterbar och $(C^T)^{-1} = (C^{-1})^T$.

3. En funktion f sådan att $x \in D_f \Rightarrow -x \in D_f$ kallas <u>jämn</u>, om $f(-x) = f(x)$ för alla $x \in D_f$.
En funktion g sådan att $x \in D_g \Rightarrow -x \in D_g$ kallas <u>udda</u>, om $g(-x) = -g(x)$ för alla $x \in D_g$.
Visa att om f är en differentierbar jämn funktion, så är dess derivata f' en udda funktion och om g är en differentierbar udda funktion, så är dess derivata g' en jämn funktion.



4. En linje med negativ lutning genom punkten (5,4) begränsar tillsammans med de positiva koordinataxlarna en triangel i första kvadranten.
Bestäm ekvationen för den linjen, som ger en triangel med minimal area samt beräkna denna minimala area.

5. Då en cirkelskiva med radien r (som den i figuren skuggade cirkelskivan) roterar kring en axel i samma plan på avståndet R från dess mittpunkt (med R > r), uppstår en <u>torus</u>.
Beräkna dess volym.