Mat.-1.451 Grundkurs i matematik 1 Metsalo

Tentamen, 200~~0~~1-01-10

Texta på varje papper
- **studieperiod, tentamen, datum**
- **studiekortets nr+bokst., släktnamnet understreckat, alla förnamn**
- **utbildningsprogram (AUT,TFY,TIK,TUO,SÄH,KON,KEM,MAK,PUU,MAA,RYK)**
- **eventuella tidigare namn och utbildningsprogram**
- **komplettera med namnteckning**

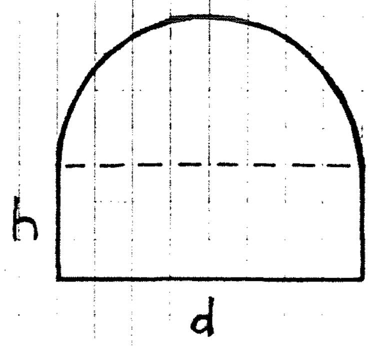
Vid denna tentamen får vanliga funktionsräknare användas.
Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.

1. Beräkna följande anti-derivator (obestämda integraler):

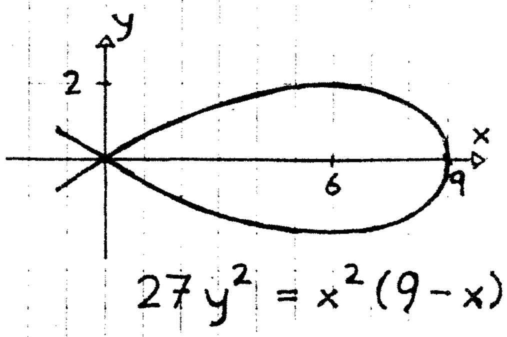
   a) $\int (\tan(x))^{-1}dx = \int \cot(x)dx$

   b) $\int \tan^{-1}(x)dx = \int \arctan(x)dx$

2. Svakar tänker installera ett vindsfönster. Fönstret skall ha formen av en halvcirkel ovanpå en rektangel, som i figuren till höger. Eftersom Svakar har en tätningslist av längd L, får fönstrets omkrets inte överskrida L. Vilket förhållande mellan basen (=diametern) d och höjden h i figuren maximerar fönstrets area?



3. Beräkna arean hos den rotationssymmetriska ytan, som uppstår då öglan i kurvan $27y^2 = x^2(9-x)$ (se skissen till höger) roterar kring x-axeln.



4a) Definiera begreppen linjärt beroende och linjärt oberoende för en ändlig mängd vektorer i ett vektorrum.

b) Undersök, huruvida mängden

$\{p_1(x) = x^3 + 2,\ p_2(x) = -x^3 + 3x + 1,\ p_3(x) = x^3 - 2x\}$

i vektorrummet P_3 = {polynom av grad ≤ 3} är linjärt beroende eller linjärt oberoende.

5. En matris A kallas <u>ortogonal</u>, om A är inverterbar och $A^{-1} = A^T$.

   a) Visa, att om A är ortogonal, så är $\det(A) = \pm 1$.

   b) Visa, att om A och B är ortogonala och av samma ordning, så är även AB ortogonal.

   c) Visa, att om A är ortogonal, så är även A^{-1} ortogonal.