

# Mat-1.451 / Mat-1.1510 Svenskspråkig grundkurs i matematik 1

Tentamen, 12.5.2008

Fyll i tydligt på varje svarpapper samtliga uppgifter. På förhörskod och -namn skriv kursens kod, namn samt slutförhör eller mellanförhör med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Ange TYDLIGT om det är Mat-1.451 (gamla Grundkurs 1, som förelästes sista gången hösten -04; 6sv) eller Mat-1.1510 (nya Grundkurs 1, som förelästes första gången hösten -05; 10sp) som ni skriver! Vid denna tentamen får varken räknare eller tabellsamlingar användas. Om ni misstänker att det förekommer något tryckfel, fråga!

1a) Visa med hjälp av induktion att

$$\sum_{k=0}^n k = 0 + 1 + 2 + \dots + (n-1) + n = n(n+1)/2. \quad (3p.)$$

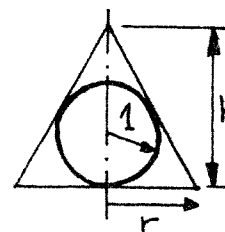
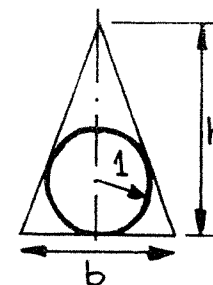
1b)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Lös ekvationssystemet  $A\vec{x} = \vec{b}$ . (3p.)

2. a) Visa att av alla likbenta trianglar, i vilken en cirkel med radien 1 får plats, är det den liksidiga triangeln med höjden 3, som har den minsta arean. (3p.)

b) Nu attackerar vi motsvarande problem i 3 dimensioner: Bestäm radien  $r$  och höjden  $h$  hos den rätta cirkulära konen med den minsta volymen, i vilken ett klot med radien 1 får plats. (3p.)



3.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{e^x - 1}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$$

a) Bestäm talet  $a$  så att funktionen  $f$  blir kontinuerlig i origo. (3p.)

b) Visa att med detta värde på  $a$  blir  $f$  även differentierbar i origo och bestäm  $f'(0)$  i det fallet. (3p.)

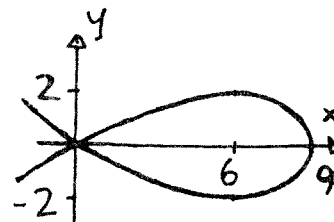
4. Kurvan  $27y^2 = x^2(9-x)$  bildar en ögla som i figuren nedan.

a) Låt öglan rotera kring  $x$ -axeln och beräkna volymen hos den droppformade kroppen, som därvid uppstår. (3p.) (Svar:  $V \approx 64$ )

b) Beräkna arean hos begränsningsytan till denna droppformade kropp. (3p.) (Svar:  $A \approx 85$ )

5a) Beräkna  $\int_0^\pi t \cdot \sin(t) dt$ . (3p.)

5b) Bestäm lösningen till differentialekvationen  $x \cdot y'(x) + 2y(x) = 0$  för  $x > 0$ , som satisfierar begynnelsevillkoret  $y(2) = 3$ . (3p.)



$$27y^2 = x^2(9-x)$$