Mat.-1.452 Grundkurs i matematik 2, **Metsal**
Mellanförhör nr 1?, 2000-02-28

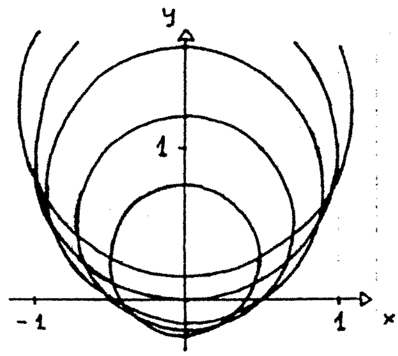
Texta på varje papper
- **studieperiod, datum**
- **studiekortets nr+bokst., släktnamnet understreckat, alla förnamn**
- **utbildningsprogram (AUT,TFY,TIK,TUO,SÄH,KON,KEM,MAK,PUU,MAA,RYK)**
- **eventuella tidigare namn och utbildningsprogram**
- **komplettera med namnteckning**

1a) Skärningskurvan mellan ytan $f_1(x,y,z) = xyz-4 = 0$ och planet $f_2(x,y,z) = x+y+z-6 = 0$ går genom punkten $(1,1,4)$. Visa, att ekvationerna $f_1(x,y,z) = 0$, $f_2(x,y,z) = 0$ bestämmer funktionerna $y = g(x)$, $z = h(x)$ implicit i en omgivning av punkten $(1,1,4)$, dvs. att skärningskurvan kan i någon omgivning av punkten ges på parameterform med x som parameter: $(x,y,z) = (x,g(x),h(x))$ för skärningskurvan.

b) Bestäm g:s och h:s Taylorpolynom av grad 1 utvecklade i punkten $x = 1$.

c) Bestäm g:s och h:s Taylorpolynom av grad 2 utvecklade i punkten $x = 1$.

2. Från övningarna har vi följande



<u>Sats</u>: Låt $f(x,y,c)$ vara av klass C^1. Om kurvskaran $f(x,y,c) = 0$ har en envelopp Γ sådan att alla kurvorna i kurvskaran tangerar Γ och så att Γ tangerar någon kurva i skaran i var och en av sina punkter, så fås Γ genom att eliminera parametern c ur ekvationssystemet $f(x,y,c) = 0$, $f_c(x,y,c) = 0$.

Bestäm enveloppen för cirkelskaran $f(x,y,c) = x^2 + (y-c)^2 - c = 0$, bestående av cirklar med mittpunkten i $(0,c)$ och radien $\sqrt{c}$ för $c \geq 1/4$ (se skissen ovan till höger).

3. Låt $f(u,v)$ vara definierad i hela uv-planet och av klass C^2. Antag, att $f(u,v)$ är harmonisk, dvs. att $f_{uu} + f_{vv} = \partial^2 f/\partial u^2 + \partial^2 f/\partial v^2 = 0$ i hela uv-planet. Bilda funktionen $g(x,y)$ via $g(x,y) = f(2x-y,x+2y)$. Då är $g(x,y)$ definierad i hela xy-planet och av klass C^2. Visa, att $g(x,y)$ är harmonisk, dvs. att $g_{xx} + g_{yy} = \partial^2 g/\partial x^2 + \partial^2 g/\partial y^2 = 0$ i hela xy-planet.

4. Bestäm maximum och minimum för den kontinuerliga funktionen $f(x,y,z) = xy + z^2$ i det kompakta enhetsklotet $B_1 = \{(x,y,z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$ samt var f antar sitt maximum respektive minimum.

From. imorgon håller jag mina tisdags-mottagningar kl. 13.00 - 13.30 på TF nere i Stavans. De övriga mottagningarna är oförändrade. G.M.