Institutionen för matematik
Tekniska högskolan

Metsalo

Mat-1.1520 Svenskspråkig grundkurs i matematik 2

Mellanförhör nr 2, Aprildagen 2008

Fyll i tydligt *på varje svarpapper* samtliga uppgifter. På *förhörskod och -namn* skriv kursens kod, namn samt *slutförhör* eller *mellanförhör* med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

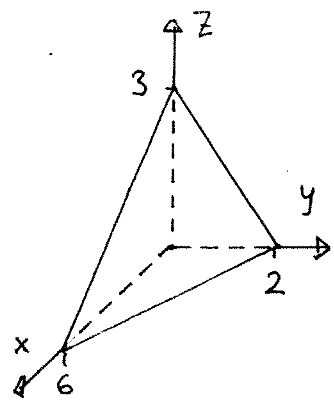
Observera att olika uppgifter kan ge olika antal poäng!
Vid detta mellanförhör får varken räknare eller tabellsamlingar användas.
Om ni misstänker att det förekommer något tryckfel, fråga!

1. Ytorna $S_1 : z = 2y\sqrt{x}$ och $S_2 : x = 1 + \sin(z - 2y)$ går bägge genom punkten $P(1, 4, 8)$.
   a) Bestäm en normalvektor till ytan S_1 i punkten P. (1p.)
   b) Bestäm en normalvektor till ytan S_2 i punkten P. (1p.)
   c) Bestäm en tangentvektor till skärningskurvan för ytorna S_1 och S_2 i punkten P. (1p.)

2. För varje värde på parametern c ger ekvationen $y = cx + 2c^2$ en rät linje i xy-planet. Bestäm enveloppen till denna linjeskara. (3p.)

3. I en omgivning av punkten $(x, y, z) = (3, 2, 1)$ definierar ekvationen $z \cdot \ln(x - y) + z^5 + e^{y-2z} = 2$ implicit en funktion $z = g(x, y)$ sådan att $g(3, 2) = 1$. (Detta är givet i uppgiften och behöver alltså inte visas.) Beräkna de partiella derivatorna

$$\frac{\partial g}{\partial x}(3,2), \quad \frac{\partial g}{\partial y}(3,2) \quad \text{och} \quad \frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}(3,2) \qquad (2\text{p.}+2\text{p.}+2\text{p.})$$



4. Bestäm maximala volymen hos ett rätblock, som ryms i tetraedern i figuren till höger med hörnen $(0, 0, 0)$, $(6, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$ och $(0, 0, 3)$ så att tre av rätblockets sidor sammanfaller med koordinatplanen. (6p.)

5. Herons formel säger att en plan triangel med sidorna a, b och c har arean $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, där $s = (a + b + c)/2$ är halva omkretsen. Detta kan också skrivas på formen
$A(a, b, c) = \frac{1}{4}(2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) - (a^4 + b^4 + c^4))^{1/2}$.
(En triangel med sidorna 3, 4 och 5 har alltså arean $A = \sqrt{6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 6$, vilket också ses lätt eftersom triangeln i så fall är rätvinklig.)
Sidorna hos en triangel uppmättes till $3.00 \pm 0.01m$, $4.00 \pm 0.02m$ respektive $5.00 \pm 0.03m$. Använd differentialen till att beräkna en approximativ övre gräns för osäkerheten i approximationen $A \approx 6m^2$, som osäkerheterna i sidlängderna ger upphov till. (6p.)