Matematiikan laitos
Teknillinen korkeakoulu Institutionen för matematik
Tekniska högskolan Institute of mathematics
Helsinki University of Technology

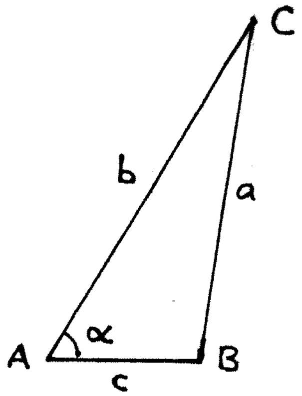
Metsalo

Mat-1.452 Svenskspråkig grundkurs i matematik 2

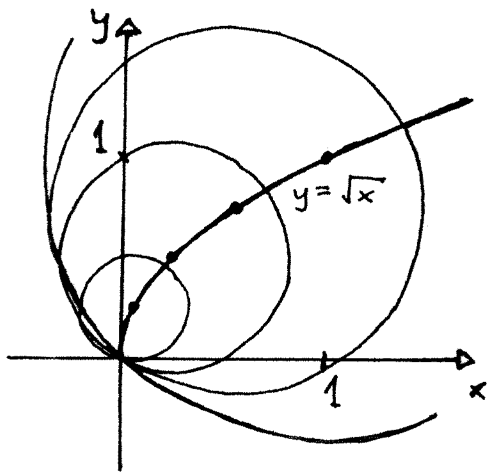
Mellanförhör nr 2 22.3.2004

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD. Fyll i tydligt *på varje svarpapper* samtliga uppgifter. På *förhörskod och -namn* skriv kursens kod, namn samt *slutförhör* eller *mellanförhör* med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD. Please fill in clearly *on every sheet* the data on you and the examination. On *Examination code* mark course code, title and text mid-term or final examination. Study programmes are ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Vid detta mellanförhör får vanliga funktionsräknare användas.
Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.
På förekommen anledning varnas för oavsiktliga tryckfel i texten.
Om ni misstänker att det förekommer något tryckfel, fråga!

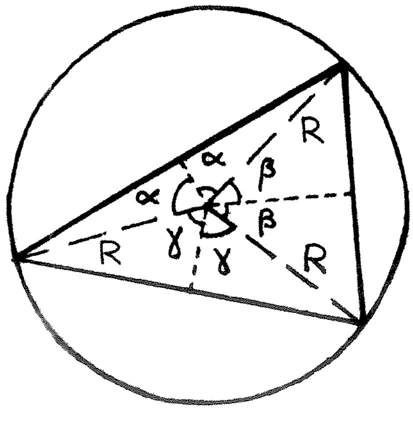


1. Ytorna $F(x,y,z) = y^2 + \ln(xz - y) - x^2z - 1 = 0$ och $G(x,y,z) = \sin(x+y-z) + ze^{y-2x} - 3 = 0$ går bägge genom punkten $P_0 = (1,2,3)$. I vilken punkt skär tangentlinjen till ytornas skärningskurva i punkten P_0 xy-planet?



2. Cosinus-satsen säger att om b och c är två av sidorna hos en plan triangel och α är den mellanliggande vinkeln, så gäller för den tredje sidan a att $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$, dvs. att $a(b,c,\alpha) = (b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha)^{1/2}$. Avståndet a mellan två punkter B och C bestämdes med hjälp av en tredje punkt A. Mätningarna gav att $b = 800 \pm 10m$, $c = 300 \pm 3m$ och $\alpha = 60 \pm 1°$. Cosinus-satsen ger då att $a \approx 700m$. Använd differentialen till att beräkna en approximativ övre gräns för osäkerheten i approximationen $a \approx 700m$.

3. Vi studerar skaran av cirklar, som har mittpunkten på kurvan $y = \sqrt{x}$ och som går genom origo. Cirkelskarans ekvation är $(x-c)^2 + (y-\sqrt{c})^2 = c^2 + (\sqrt{c})^2$, vilket också kan skrivas som $f(x,y,c) = x^2 - 2xc + y^2 - 2y\sqrt{c} = 0$. Bestäm ekvationen $y = g(x)$ för cirkelskarans envelopp.



4. Visa att av alla trianglar inskrivna i en cirkel med radien R har den liksidiga triangeln den största omkretsen. (Dess omkrets är naturligtvis $3\sqrt{3}R$.)