

Mat-1.452 Grundkurs i matematik 2

mellanförhör 2, 25.3.2002

Fyll i tydligt på varje svarpapper samtliga uppgifter. På förhörskod och -namn skriv kursens kod, namn samt slutförhör eller mellanförhör med ordningsnummer. ★-rutan lämnas tom. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, EST, INF, KEM, KON, MAA, MAK, MAR, PUU, RYK, TFY, TIK, TLT, TUO.

Funktionsräknare får användas, men inte mer avancerade räknemaskiner.

1. Låt

$$h(x, y, z) = xy + z^2 + e^{x+y^2}.$$

Beräkna, i punkten $Q = (-1, 1, 1)$, gradienten ∇h och den riktande derivatan av h , $\nabla_{\bar{v}}h$, i riktningen $\bar{v} = (1, 0, 1)$.

Den riktade derivatan $\nabla_{\bar{u}}h$ i punkten Q av h i xy -planetens riktning $\bar{u} = (u_1, u_2, 0)$ är lika med 1. Bestäm \bar{u} .

2. Låt $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ och

$$f(x, y, z) = xe^z + \cos(\pi yx)$$

$$g(x, y, z) = x^4 - \exp(xyz).$$

Bestäm, i punkten $P = (1, 1, 0)$, normalen till ytan $f(x, y, z) = 0$, normalen till ytan $g(x, y, z) = 0$, samt tangenten till kurvan $f(x, y, z) = g(x, y, z) = 0$.

3. Låt f, P vara som i uppg. 2. Visa att ytan

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid f(x, y, z) = 0\}$$

kan ges på parameterform $(x(y, z), y, z)$ i någon omgivning av punkten P .

Bestäm andra gradens Taylor-polynom för denna funktion $x(y, z)$ utvecklad i punkten $(y, z) = (1, 0)$.

4. Bestäm de kritiska punkterna hos

$$f(x, y) = \frac{2x - y}{5 + x^2 + y^2}, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

samt deras natur (lokalt maximum, lokalt minimum eller sadelpunkt). Finns det några singulära punkter för funktionen?