

Mat-1.452 / Mat-1.1520 Svenskspråkig grundkurs i matematik 2

Mellanförhör nr. 3, 8.5.2006

Fyll i tydligt på varje svarpapper samtliga uppgifter. På förhörskod och -namn skriv kursens kod, namn samt slutförhör eller mellanförhör med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Ange TYDLIGT om det är Mat-1.452 (gamla Grundkurs 2, som förelästes sista gången våren -05; 6sv) eller Mat-1.1520 (nya Grundkurs 2, som förelästes första gången våren -06; 10sp) som ni skriver!

Vid denna tentamen får vanliga funktionsräknare användas.

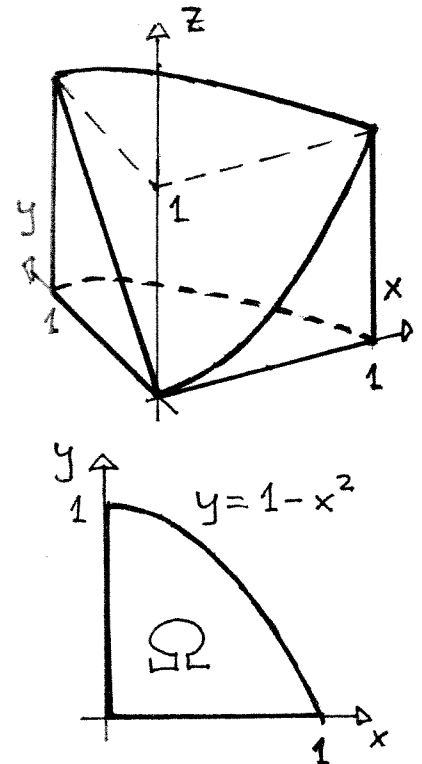
Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.

På förekommen anledning varnas för oavsiktliga tryckfel i texten.

Om ni misstänker att det förekommer något tryckfel, fråga!

- a) $\Phi(x, y, z) = xe^y + z^2 \cos x$. Beräkna $\nabla\Phi = \text{grad}(\Phi)$,
 $\nabla \cdot (\nabla\Phi) = \text{div}(\text{grad}(\Phi))$ och $\nabla \times (\nabla\Phi) = \text{rot}(\text{grad}(\Phi)) = \text{curl}(\text{grad}(\Phi))$.
b) $\vec{G}(x, y, z) = x\vec{i} + xy^2\vec{j} + xz^3\vec{k}$. Beräkna $\nabla \cdot \vec{G} = \text{div}(\vec{G})$,
 $\nabla \times \vec{G} = \text{rot}(\vec{G}) = \text{curl}(\vec{G})$ och $\nabla \cdot (\nabla \times \vec{G}) = \text{div}(\text{rot}(\vec{G})) = \text{div}(\text{curl}(\vec{G}))$.

- Kroppen W ligger i 1:a oktanten i xyz -rummet och begränsas av koordinatplanen, den paraboliska cylindern $y = 1 - x^2$ samt den paraboliska cylindern $z = x^2 + y$ (se den övre figuren till höger). W har alltså som botten området Ω i 1:a kvadranten i xy -planet, som begränsas av koordinataxlarna och parabeln $y = 1 - x^2$ (se den nedre figuren). I punkten $(x, y, z) \in W$ är kroppens densitet $\delta(x, y, z) = x$ (godtyckliga enheter). Bestäm kroppens massa.
- Ytan S är den delen av den paraboliska cylindern $z = x^2 + y$, som har projektionen Ω på xy -planet. (S är alltså den övre begränsningsytan till kroppen i föregående uppgift.) I punkten $(x, y, z) \in S$ är ytans area-densitet $\delta(x, y, z) = x$ (godtyckliga enheter). Bestäm ytans massa.



- a) Visa att differentialekvationen $(2y + xy)dx + 2xdy = 0$ (som också kan skrivas på formen $2y(x) + x \cdot y(x) + 2x \cdot y'(x) = 0$) inte är exakt, men att den kan göras exakt genom att multiplicera med den integrerande faktorn $\frac{1}{xy}$.
b) Bestäm lösningen till differentialekvationen ovan, som satisfierar begynnelsevillkoret $y(1) = 2$ antingen genom att göra differentialekvationen exakt eller alternativt genom att utnyttja att den är separabel eller linjär.

I morgon är det tisdag. Då kan detta mellanförhör diskuteras i Stavans kl. 13:00-13:30.

Ha en trevlig sommar! Georg M.