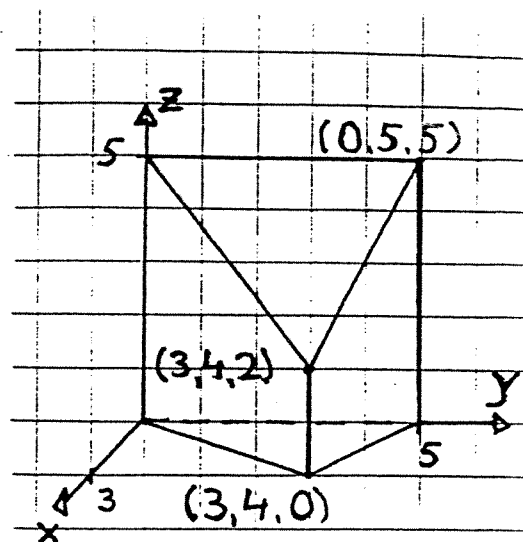


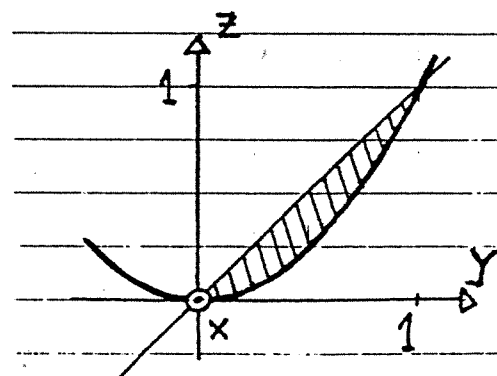
Texta på varje papper

- studieperiod, tentamen, datum
- studiekortets nr+bokst., släktnamnet understreckat, alla förnamn
- utbildningsprogram (AUT,TFY,TIK,TUO,SÄH,KON,KEM,MAK,PUU,MAA,RYK)
- eventuella tidigare namn och utbildningsprogram
- komplettera med namnteckning

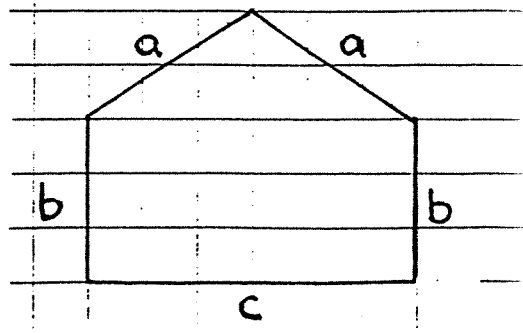
1. Bestäm massan hos polyedern, som har hörnen $(0,0,0)$, $(0,5,0)$, $(0,5,5)$, $(0,0,5)$, $(3,4,2)$ och $(3,4,0)$ (se figuren till höger) och som i punkten (x,y,z) har densiteten $4x$.
2. Visa, att kroppen, som begränsas av planet $z = y$ och rotationsparaboloiden $z = x^2 + y^2$ har volymen $\pi/32$. (I figuren i mitten till höger syns kroppens projektion på yz -planet. Studera kroppens projektion på xy -planet och använd gärna polära / cylindriska koordinater.)



3. $F(x,y,z) = 2z \cdot \cos(x) - y^2 \cdot e^{3x} + z^3 \cdot \ln(y) - 3$. Ekvationen $F(x,y,z) = 0$ bestämmer en yta, som går genom punkten $P(0,1,2)$. Bestäm ekvationen för tangentplanet till ytan i punkten P samt kortaste avståndet från origo till tangentplanet.
4. Kurvan C har egenskapen att i varje punkt (x,y) på C har C lutningen $2x/(1+3y^2)$. C går genom punkten $(2,1)$ (och har alltså lutningen 1 där). Bestäm ekvationen för C samt punkterna, där C skär koordinataxlarna.



5. Svakar tänker installera ett vindsfönster. Fönstret skall ha formen av en likbent triangel ovanpå en rektangel, som i figuren till höger. Eftersom Svakar har en tätningslist av längd L , får fönstrets omkrets inte överskrida L . Hur skall fönstret dimensioneras (hur stora skall a , b och c vara i förhållande till L),



för att dess area skall maximeras? Hur stor blir fönstrets area då?

(Som bekant har kvadraten den största arean av alla rektanglar med en given omkrets och den liksidiga triangeln den största arean av alla trianglar med en given omkrets. Dessa resultat får användas utan bevis.)

Nyttiga formler: $\cos^2 t + \sin^2 t = 1$, $\cos^2 t = \frac{1}{2}(1 + \cos(2t))$, $\sin^2 t = \frac{1}{2}(1 - \cos(2t))$,

$$\int_0^\pi \sin^{2n} t \, dt = \int_0^\pi \cos^{2n} t \, dt = \frac{2n-1}{2n} \cdot \frac{2n-3}{2n-2} \cdot \frac{2n-5}{2n-4} \dots \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \text{ för } n = 1, 2, 3, \dots$$