Mat.-1.452 Grundkurs i matematik 2 Metsalo

Tentamen, 8.1.2001

Texta på varje papper

- studieperiod, tentamen, datum
- studiekortets nr+bokst., släktnamnet understreckat, alla förnamn
- utbildningsprogram (AUT,TFY,TIK,TUO,SÄH,KON,KEM,MAK,PUU,MAA,RYK)
- **eventuella tidigare namn och utbildningsprogram**
- **komplettera med namnteckning**

Vid denna tentamen får vanliga funktionsräknare användas. Tabellsamlingar och mer avancerad räknare får inte användas.

1. Bestäm de tre positiva talen a, b och c sådana att deras summa är 6 och produkten ab^2c^3 är så stor som möjligt.

2. Ytan S i xyz-rummet ges på parameterform av $x(u,v) = 6u - 5v$, $y(u,v) = v - u$, $z(u,v) = u^3 - v^2$. Bestäm ekvationen för tangentplanet till ytan S i punkten, som svarar mot punkten $(u,v) = (13,14)$ i parameterplanet samt punkten där detta tangentplan skär z-axeln.

3. En partikel med massan m (kg), som rör sig med farten v (m/s), har som bekant kinetiska energin $E = mv^2/2$. En partikel med massan m (kg), som befinner sig på avståndet r (m) från en axel och roterar kring axeln med vinkelhastigheten ω (s^{-1}) har farten $r\omega$ och följdaktligen kinetiska energin $E = m(r\omega)^2/2$.
   Visa utgående från detta att ett homogent klot med radien R (m) och densiteten σ (kg/m^3), som roterar med vinkelhastigheten ω (s^{-1}) kring en diameter har totala kinetiska energin $E = 4\pi\sigma R^5\omega^2/15$.

4. Beräkna $\oint_C \bar{v}\cdot\overline{dR}$, då $\bar{v}$ är vektorfältet $\bar{v}(x,y,z) = z\hat{\imath} + x\hat{\jmath} + y\hat{k}$ och C är skärningskurvan mellan sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ och planet $z = 2x$, genomlupen i riktningen vars projektion på xy-planet går runt origo i positiv led, dvs. moturs.

5. Bestäm lösningen till differential-ekvationen $d^2y/dx^2 = (dy/dx)^2$, som satisfierar begynnelsevillkoren $y(0) = 3$, $y'(0) = 1$.

Rel. princ.