Institutionen för matematik
Tekniska högskolan

Metsalo

Mat-1.452 Svenskspråkig grundkurs i matematik 2

Turbotentamen 14.5.2004

Fyll i tydligt *på varje svarpapper* samtliga uppgifter. På *förhörskod och -namn* skriv kursens kod, namn samt *slutförhör* eller *mellanförhör* med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Det går att ANTINGEN skriva sluttentamen ELLER skriva ETT mellanförhör. För mellanförhör har man 3 timmar på sig, medan för sluttentamen har man 4 timmar. På sluttentamen räknas hemtals- och datorövningspoängen inte längre tillgodo.

MELLANFÖRHÖR 1 omfattar uppgifterna 1, 2 och 3.
MELLANFÖRHÖR 2 omfattar uppgifterna 4, 5 och 6.
MELLANFÖRHÖR 3 omfattar uppgifterna 7, 8 och 9.
SLUTTENTAMEN omfattar uppgifterna 1, 4, 6, 8 och 10.

Vid denna turbotentamen får vanliga funktionsräknare användas.
Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.
Om ni misstänker att det förekommer något tryckfel, fråga!
På baksidan finns en del formler givna.

1. a) Förklara hur man med hjälp av integralkriteriet (eng.: the integral test) ibland kan avgöra, huruvida en positiv talserie konvergerar eller divergerar. (Vilka krav skall vara uppfyllda? När kan man dra några slutsatser? Vilka är då dessa slutsatser?) Kriteriet behöver inte visas.
   b) Använd integralkriteriet till att undersöka konvergensen hos talserien $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\sqrt{n}}$.

2. Beräkna ett närmevärde till integralen $\int_0^2 \frac{\sin x}{x}dx$ genom att utveckla integranden i form av en Maclaurinserie (Taylorserie utvecklad i origo) och medtaga endast de tre första från 0 skiljda termerna. Uppskatta också felet i approximationen.

3. En partikel rör sig längs banan $\vec{r}(t) = 3vt\cos(\omega t)\vec{\imath} + 3vt\sin(\omega t)\vec{\jmath} + 4vt\vec{k}$, där t anger tiden, $v = 12m/h$ och $\omega = 2/h$. Hur lång väg färdas partikeln mellan tidpunkterna $t = 0h$ och $t = 2h$?

4. $f(x, y, z)$ satisfierar $f(0,0,0) = \pi$, $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0,0) = 1$, $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0,0) = 2$, $\frac{\partial f}{\partial z}(0,0,0) = 3$.
   a) Bestäm första gradens Maclaurinpolynom (Taylor-polynomet utvecklat i origo) för funktionen $g(t) = f(t\cos t, \sin t, \sin(2t))$.
   b) Bestäm första gradens Maclaurinpolynom (Taylor-polynomet utvecklat i origo) för funktionen $h(u, v) = f(u + v, u - v, uv)$.

5. Punkten $P(1, 1, 1)$ tillhör ellipsoiden $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6$. Normallinjen till ellipsoiden i punkten P skär ellipsoiden också i en annan punkt Q. Bestäm Q.

6. Bestäm de tre icke-negativa talen a, b och c sådana att deras summa är 6 och så att produkten ab^2c^3 är så stor som möjligt.

Fortsättning och en del formler på baksidan.