

Texta på varje papper

- studieperiod, tentamen, datum
- studiekortets nr+bokst., släktnamnet underströkat, alla förnamn
- utbildningsprogram (ARK, AUT, BIO, ..., TLT, TUO, YHD)
- eventuella tidigare namn och utbildningsprogram
- komplettera med namnteckning

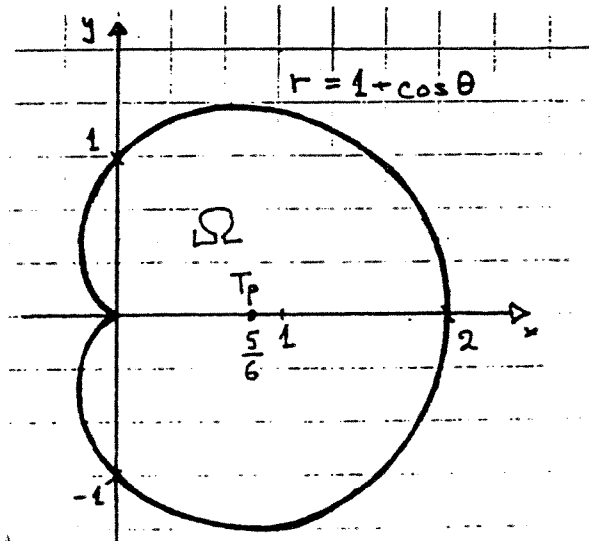
Vid denna tentamen får vanliga funktionsräknare användas.
Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.

- 1a) Visa att serien $\sum_{n=1}^{\infty} 1/\sqrt{n}$ divergerar.
- 1b) Visa att serien $\sum_{n=1}^{\infty} \sin(1/\sqrt{n})$ divergerar.
- 1c) Visa att serien $\sum_{n=1}^{\infty} (1/\sqrt{n} - \sin(1/\sqrt{n}))$ konvergerar.

2. Låt $f(x,y) = 5e^{xy} - \sin(3x) - y^2$.

- a) I vilken punkt skär tangentlinjen till kurvan $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x,y) = 1\}$ i punkten $(0,2)$ x-axeln?
- b) I vilken punkt skär tangentplanet till ytan $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = f(x,y)\}$ i punkten $(0,2,1)$ x-axeln?

3. Plåtskivan Ω är homogen och begränsas av kardioiden $r = 1 + \cos\theta$. Visa att dess tyngdpunkt är $(5/6, 0)$.



4. Låt $\bar{a} = a_1\bar{i} + a_2\bar{j} + a_3\bar{k}$ vara en konstant vektor och $\bar{r} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$ vara positionsvektorn. Förenkla:

- a) $\nabla(\bar{a} \cdot \bar{r}) = \text{grad}(\bar{a} \cdot \bar{r})$
- b) $\nabla \cdot (\bar{a} \times \bar{r}) = \text{div}(\bar{a} \times \bar{r})$
- c) $\nabla \times (\bar{a} \times \bar{r}) = \text{rot}(\bar{a} \times \bar{r}) = \text{curl}(\bar{a} \times \bar{r})$

5. Greens sats säger att $\oint_{\partial R} \bar{F} \cdot d\bar{r} =$

$$= \oint_{\partial R} (F_1 dx + F_2 dy) = \iint_R (\partial F_2 / \partial x - \partial F_1 / \partial y) dA,$$

då vi går runt ∂R moturs. Verifiera Greens sats i fallet att

vektorfältet $\bar{F}(x,y) = x^2 y \bar{i} - xy^2 \bar{j}$ och det plana området

$$R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3\}.$$

