

## Mat-1.452 / Mat-1.1520 Svenskspråkig grundkurs i matematik 2

Turbotentamen 19.5.2006

Fyll i tydligt på varje svarpapper samtliga uppgifter. På förhörskod och -namn skriv kursens kod, namn samt slutförhör eller mellanförhör med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Ange TYDLIGT om det är Mat-1.452 (gamla Grundkurs 2, som förelästes för sista gången våren -05; 6sv) eller Mat-1.1520 (nya Grundkurs 2, som förelästes för första gången våren -06; 10sp) som ni skriver.

Det går att ANTINGEN skriva sluttentamen ELLER skriva ETT mellanförhör. För mellanförhör har man 3 timmar på sig, medan för sluttentamen har man 4 timmar. På sluttentamen räknas hemtals- och datorövningspoängen inte längre tillgodo.

MELLANFÖRHÖR 1 omfattar uppgifterna 1, 2 och 3.

MELLANFÖRHÖR 2 omfattar uppgifterna 4, 5 och 6.

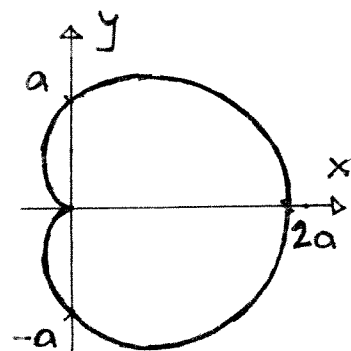
MELLANFÖRHÖR 3 omfattar uppgifterna 7, 8 och 9.

SLUTTENTAMEN omfattar uppgifterna 1, 2, 5, 6 och 10.

Vid denna turbotentamen får vanliga funktionsräknare användas.

Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.

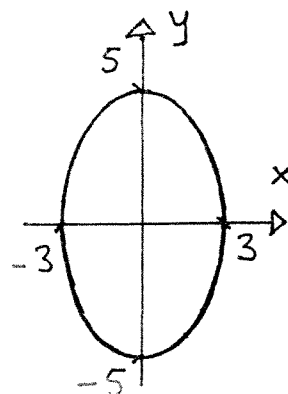
Om ni misstänker att det förekommer något tryckfel, fråga!



1. Kardioiden, som i polära koordinater ges av  $r = a(1 + \cos \theta)$  (se figuren till höger) roterar kring  $x$ -axeln. Därvid uppstår en rotationsymmetrisk yta. Visa att dess area är  $32\pi a^2/5$ .

2. Använd någon lämplig Taylor-serie till att approximera talet  $e^{-1/2}$  med ett rationellt tal så att felet till absolutbeloppet är  $< 0.0005$ . (Fickräknarens värde  $e^{-1/2} \approx 0.60653066$  får gärna användas efteråt för kontroll.)

3. Krökningen  $\kappa(t)$  hos en kurva  $\vec{r}(t)$  ges som bekant av  $\kappa(t) = \frac{|\vec{r}'(t) \times \vec{r}''(t)|}{|\vec{r}'(t)|^3}$  och krökningsradien  $\rho(t)$  av  $\rho(t) = 1/\kappa(t)$ . Beräkna krökningsradien hos ellipsen  $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$  (se figuren till höger) i de punkter, där den skär koordinataxlarna. Gott råd: börja gärna med att bestämma en lämplig parametrisering av ellipsen.



4. För en liten silverkluns på formen av en rät cirkulär cylinder uppmättes följande: radien  $r = 0.50 \pm 0.01 \text{ cm}$ , höjden  $h = 2.20 \pm 0.03 \text{ cm}$ , massan  $m = 17.2 \pm 0.1 \text{ g}$ .
  - a) Vad ger detta för approximativt värde på silverklunsens densitet? (1p.)
  - b) Använd differentialen till att bestämma en approximativ övre gräns för osäkerheten i skattningen av densiteten i a)-delen, som osäkerheterna i  $r$ ,  $h$  och  $m$  ger upphov till. (5p.)
5. I vilka punkter skär normallinjen till ytan  $z = x^2y^3$  i punkten  $(1, 2, 8)$  koordinatplanen?
6. Temperaturen i punkten  $(x, y, z)$  på enhetssfären  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  ges av  $T(x, y, z) = xy + yz$  (godtyckliga enheter). I vilken punkt / vilka punkter är temperaturen högst och hur hög är den där?

Fortsättning på baksidan.