Mat.-1.452 Grundkurs i matematik 2 Metsalo

Tentamen, 2000-11-20

Texta på varje papper
- **studieperiod, tentamen, datum**
- **studiekortets nr+bokst., släktnamnet understreckat, alla förnamn**
- **utbildningsprogram (AUT,TFY,TIK,TUO,SÄH,KON,KEM,MAK,PUU,MAA,RYK)**
- **eventuella tidigare namn och utbildningsprogram**
- **komplettera med namnteckning**

Vid denna tentamen får vanliga funktionsräknare användas.
Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.

1. A är en plan triangel med hörnpunkterna (1,2), (4,2) och (4,5). I punkten (x,y) har A areadensiteten $\rho(x,y) = 1 - 2x + 4y$ (godtyckliga enheter). Bestäm A:s massa.

2. Punkten P(3,2,1) tillhör ellipsoiden $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 20$. Normallinjen till ellipsoiden i punkten P skär ellipsoiden också i en annan punkt P'. Bestäm P'.

3. Bestäm lösningen till differentialekvationen
$y''(x) + 3y'(x) + 2y(x) = 4x^2$, $y(0) = 5$, $y'(0) = -6$.

4. Låt $\bar{f}$ vara vektorfältet $\bar{f}(x,y,z) = \cos(y)\bar{i} + \sin(x)\bar{j} + e^z\bar{k}$, $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1,\ 0 \leq z \leq 1\}$, S dess slutna begränsningsyta ∂V och $\bar{n}$ den utåtriktade enhetsnormalen på S. Beräkna ytintegralen $\int_S (\bar{n}\cdot\bar{f})dA$ (eller $\oiint_S (\bar{n}\cdot\bar{f})dA$, som den också kan uttryckas) antingen direkt som en ytintegral eller med hjälp av Gauss' sats.

5. Svakar tänker installera ett vindsfönster. Fönstret skall ha formen av en likbent triangel ovanpå en rektangel, som i figuren till höger. Eftersom Svakar har en tätningslist av längd L, får fönstrets omkrets inte överskrida L. Hur skall fönstret dimensionerar (hur stora skall a, b och c vara i förhållande till L), för att dess area skall maximeras? Hur stor blir fönstrets area då? (Som bekant har kvadraten den största arean av alla rektanglar med en given omkrets och den liksidiga triangeln den största arean av alla trianglar med en given omkrets. Dessa resultat får användas utan bevis.)