

*Skriv ditt namn, nummer och övriga uppgifter på varje papper!
En funktionsräknedosa är ett tillåtet hjälpmedel i detta prov!*

1. Beräkna Fourier-transformationen av funktionen $f(t) = e^{-4|t|}$, $t \in \mathbb{R}$. Hur kan man bestämma $\int_{-\infty}^{\infty} |\hat{f}(\omega)|^2 d\omega$ utan att räkna ut Fourier-transformationen \hat{f} ?

2. Bestäm matrixens $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ egenvärden och egenvektorer. Kan matrisen diagonaliseras (dvs. finns det en matris V så att $V^{-1}AV$ är en diagonalmatris)? Motivera kort ditt svar.

3.

(a) Teknolog T skulle räkna en QR-uppdelning av en 3×4 matris och fick till svar

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \quad \text{och} \quad R = \begin{bmatrix} 2 & 3 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Ange två egenskaper hos dessa matriser, av vilka man ser att T räknat fel.

(b) Antag att P är en kvadratisk och symmetrisk matris så att $P^2 = P$. Låt $Q = I - 2P$. Är Q en ortogonal matris? Vad skall man anta om P för att avbildningen $X \mapsto QX$ skall vara en projektion?

4. Beräkna en singularvärdesuppdelning USV^T av matrisen $A = \begin{bmatrix} 6 & 8 \end{bmatrix}$ och bestäm med hjälp av den A :s pseudoinvers A^+ . (Om du inte lyckats räkna ut en singularvärdesuppdelning, förklara hur pseudoinversen i princip skall räknas ut!)

