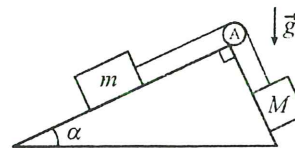
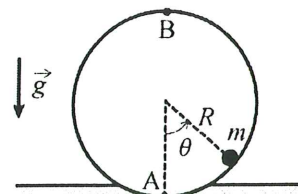


1. Oheisen kuvan mukainen systeemi koostuu kahdesta kappaleesta (massat m ja M), jotka on kytketty toisiinsa painotomalla ja venymättömällä langalla. Kappaleiden ja pintojen välinen liikekitkakerroin on μ_k . Systeemi liikkuu kuvan pystytasossa. Pyörä A oletetaan kitkattomaksi ja massattomaksi. Oletetaan, että M -massainen kappale liikkuu alaspäin. Kirjoita systeemin liikeyhtälöt ja johda niiden avulla lauseke massojen kiihtyvyydelle.



2. a) Johda napakoordinaateissa (r, θ) hiukkasen kiihtyvyyden lauseke $\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{e}_\theta$. ($\dot{f} \equiv df/dt$)
 b) Hiukkanen, jonka massa on m , liikkuu kitkattomasti pitkin R -säteisen pystysuoran vanteen sisäpintaa oheisen kuvan mukaisesti. Kirjoita liikeyhtälöt ja määritä hiukkasen nopeus ja siihen kohdistuva tukivoima kulman θ funktiona, kun hiukkasen vauhti alimassa pisteessä A on v_0 suuntaan \hat{e}_θ .



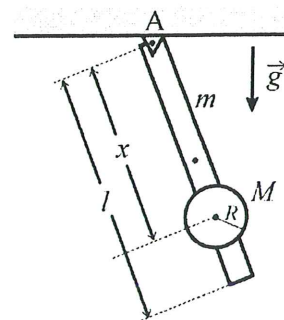
- Ohje: Käytä joko energian säilymistä tai liikeyhtälöitä (ketjuderivoimissääntö $\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt}$).
 c) Määritä vauhdin v_0 pienin arvo, jolla hiukkanen juuri ja juuri pääsee kiertämään vanteen irtoamatta vanteesta ylimmän pisteen B kohdalla.

3. a) Laske voiman \vec{F} tekemä työ W_{AB} Newtonin liikeyhtälöä apuna käyttäen, kun hiukkanen kulkee pisteestä A pisteeseen B pitkin liikerataa. Miten liike-energia määritellään?
 b) Määrittele konservatiivisen voiman \vec{F} potentiaalienergia U työn W_{AB} avulla. Laske konservatiivisen voiman $\vec{F} = -mg\hat{k}$ potentiaalienergia. Kirjoita tälle lisäksi mekaanisen energian säilymlaki.
 4. Tarkastellaan raketia, joka liikkuu avaruudessa \hat{i} -suuntaan ja suihkuttaa hiukkasia vakionopeudella $\vec{v}_{ex} = -v_{ex}\hat{i}$ rungon suhteen. Johda kokonaisliikemäärän säilymlakia (ei ulkoisia voimia) käyttäen raketin nopeudelle lauseke

$$v(t) = v_0 + v_{ex} \ln \frac{m_0}{m},$$

missä $m = m(t)$ on raketin kokonaismassa ajanhetkellä t (runko + jäljellä oleva polttoaine), kun alussa (ajanhetkellä $t = 0$) raketin kokonaismassa on m_0 ja nopeus v_0 .

5. Oheisen kuvan mukainen tasoheiluri koostuu l -pituisesta ja m -massaisesta homogeenisesta tangosta, johon on kiinnitetty M -massainen ja R -säteinen homogeeninen ympyräkiekko etäisyydelle x tangon kiinnityspisteestä. Heiluri heiluu kitkattomasti kuvan pystytasossa pienellä amplitudilla.



- a) Laske heilurin hitausmomentti kiinnityspisteeseen A kautta kulkevan, pystytasoa vastaan kohtisuoran pyörimisakselin suhteen. Johda tarvittavat hitausmomentit massakeskipisteen suhteen tangolle ($I_C = \frac{1}{12}ml^2$) ja kiekolle ($I_C = \frac{1}{2}MR^2$).
 b) Laske heilurin edestakaiseen heilahdukseen kuluva aika kirjoittamalla heilahteluja kuvaava liikeyhtälö ja ratkaisemalla se sopivalla yritefunktiolla.

Merkitse opiskelijanumerosi (myös kirjain), nimesi, koulutusohjelmasi, kurssikoodi ja kokeen päivämäärä jokaiseen suorituspaperiisi.