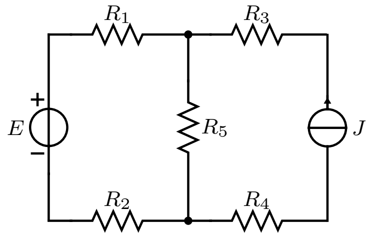
Laske tehtävät 1 – 2 eri paperille kuin tehtävät 3 – 5. Muista kirjoittaa jokaiseen paperiin **selvästi** nimi, opiskelijanumero, kurssin nimi ja koodi.
Tehtävät lasketaan osaston koepaperille. Muita papereita ei tarkasteta.

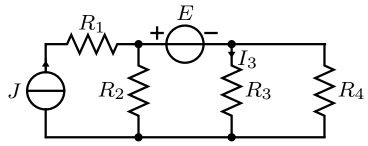
1.



Laske resistanssissa R_2 lämmöksi muuttuva teho P_{R_2}.

$$R_1 = 1\ \Omega \quad R_2 = 2\ \Omega \quad R_3 = 3\ \Omega$$
$$R_4 = 4\ \Omega \quad R_5 = 5\ \Omega \quad E = 7\,\mathrm{V}$$
$$J = 1\,\mathrm{A}.$$

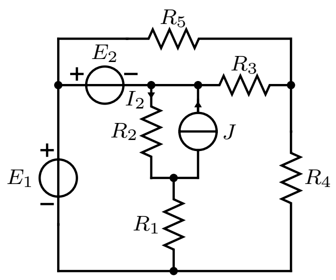
2.



Laske Nortonin menetelmällä vastuksen R_3 läpi kulkeva virta I_3.

$$J = 1\ \mathrm{A} \quad E = 5\ \mathrm{V} \quad R_1 = 1\ \Omega$$
$$R_2 = 2\ \Omega \quad R_3 = 3\ \Omega \quad R_4 = 4\ \Omega.$$

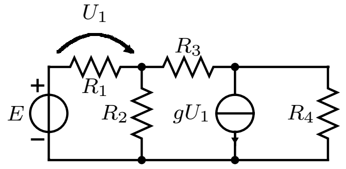
3.



Laske virta I_2 silmukkamenetelmää käyttäen.

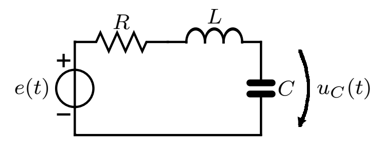
$$R_1 = 1\ \Omega \quad R_2 = 2\ \Omega \quad R_3 = 3\ \Omega$$
$$R_4 = 4\ \Omega \quad R_5 = 5\ \Omega \quad E_1 = 10\ \mathrm{V}$$
$$E_2 = 20\ \mathrm{V} \quad J = 4\ \mathrm{A}.$$

4.



Muodosta jännitteen U_1 lauseke kuvan mukaisessa piirissä.

5.



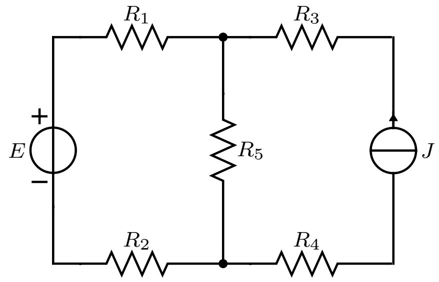
Laske jännite $u_C(t)$ ajanhetkellä $t = 5\,\mathrm{s}$, kun $e(t) = \hat{e}\sin(\omega t + \phi)$.

$$\hat{e} = 10\,\mathrm{V} \quad R = 1\ \Omega \quad L = \tfrac{1}{100\pi}\,\mathrm{H}$$
$$C = \tfrac{1}{300\pi}\,\mathrm{F} \quad f = 50\,\mathrm{Hz} \quad \phi = 90^\circ.$$

Tutkintosääntö antaa mahdollisuuden järjestää lisäharjoitusta niille opiskelijoille, jotka ovat saaneet kolmesti hylätyn arvosanan välikokeista tai tentistä. Tämä tarkoittaa sitä, että saatuaan kolme nollaa, opiskelijan on palautettava laskettuna 20 assistentin määräämää lisätehtävää ennen seuraavaan tenttiin tai välikokeeseen osallistumista. Välikokeet ja välikokeen uusinta tai uusintatilaisuudessa tehty tentti lasketaan yhdeksi yritykseksi. Yksittäinen välikoe lasketaan puolikkaaksi suorituskerraksi.

Läsnäolo koetilaisuudessa lasketaan yritykseksi, samoin tenttiin ilmoittautuminen.

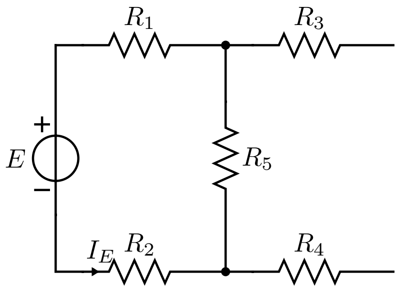
1.1



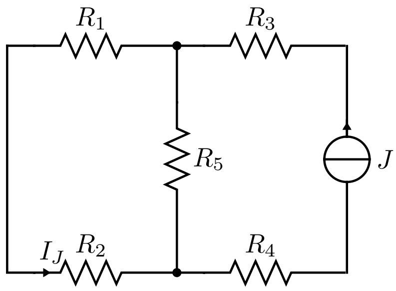
Laske resistanssissa R_2 lämmöksi muuttuva teho P_{R_2}.

$$\begin{array}{lll} R_1 = 1\ \Omega & R_2 = 2\ \Omega & R_3 = 3\ \Omega \\ R_4 = 4\ \Omega & R_5 = 5\ \Omega & E = 7\,\mathrm{V} \\ J = 1\,\mathrm{A}. & & \end{array}$$

Tässä ratkaisu on esitetty kerrostamismenetelmällä. Tehtävän voi ratkaista myös suoraan Kirchhoffin lakien avulla tai yksinkertaistamalla piiriä ensin lähdemuunnosten avulla. Huomaa, että vastukset R_3 ja R_4 eivät vaikuta kysyttyyn tehoon, koska ne ovat sarjassa ideaalisen virtalähteen kanssa.



$$I_E = -\frac{E}{R_1 + R_2 + R_5} = -\frac{7}{8}\,\mathrm{A}$$



Virranjakosäännöllä:

$$I_J = \frac{R_5}{(R_1 + R_2) + R_5} J = \frac{5}{8}\,\mathrm{A}$$

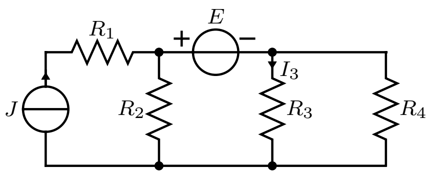
Kokonaisvirta:

$$I = I_E + I_J = -\frac{1}{4}\,\mathrm{A}$$

Kysytty teho:

$$P = R_2 I^2 = \frac{1}{8}\,\mathrm{W}$$

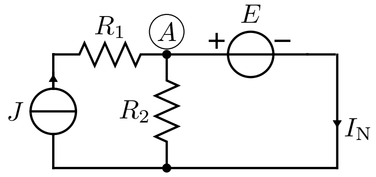
1.2



Laske Nortonin menetelmällä vastuksen R_3 läpi kulkeva virta I_3.

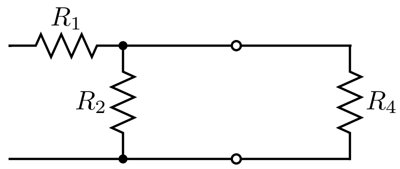
$$J = 1\ \text{A} \quad E = 5\ \text{V} \quad R_1 = 1\ \Omega$$
$$R_2 = 2\ \Omega \quad R_3 = 3\ \Omega \quad R_4 = 4\ \Omega.$$

Nortonin lähde on tässä tapauksessa helpointa muodostaa laskemalla oikosulkuvirta ja passiivisen piirin resistanssi.



Oikosulkuvirta I_N: Vastuksen R_4 rinnalla on oikosulku ja vastuksella ei ole merkitystä. Soveltamalla Kirchhoffin virtalakia solmulle A saadaan

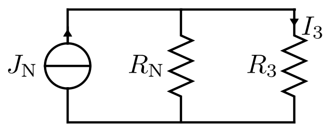
$$I_\text{N} = J - \frac{E}{R_2} = -\frac{3}{2}\,\text{A}$$



Passiivisen piirin resistanssi (lähteet sammutettu)

$$R_\text{N} = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} = \frac{4}{3}\,\Omega$$

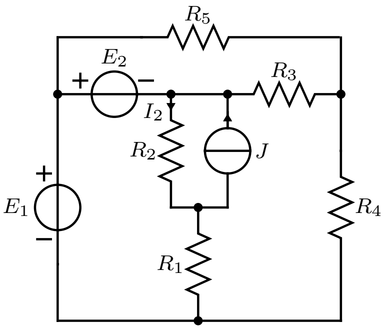
Muodostetaan Nortonin lähde:



Virranjakosääntö:

$$I_3 = \frac{R_\text{N}}{R_\text{N} + R_3} J_\text{N} = -\frac{6}{13}\,\text{A} \approx -0{,}462\,\text{A}$$

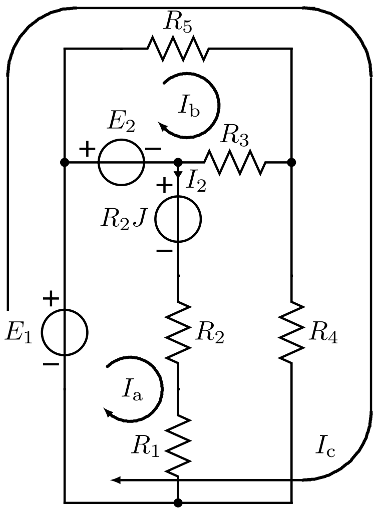
1.3



Laske virta I_2 silmukkamenetelmää käyttäen.

$R_1 = 1\ \Omega$ $R_2 = 2\ \Omega$ $R_3 = 3\ \Omega$
$R_4 = 4\ \Omega$ $R_5 = 5\ \Omega$ $E_1 = 10$ V
$E_2 = 20$ V $J = 4$ A.

Silmukkamenetelmää varten muutetaan virtalähde jännitelähteeksi, jolloin kysytty virta I_2 katoaa. Tässä kannattaa valita silmukkavirrat järkevästi.



$$\begin{bmatrix} R_1+R_2 & 0 & 0 \\ 0 & R_3+R_5 & R_5 \\ 0 & R_5 & R_4+R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 - E_2 - R_2J \\ E_2 \\ E_1 \end{bmatrix}$$

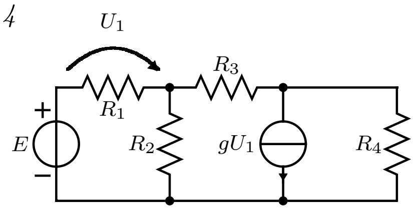
Ratkaistaan Cramerin säännöllä:

$$I_a = \frac{\begin{vmatrix} E_1 - E_2 - R_2J & 0 & 0 \\ E_2 & R_3+R_5 & R_5 \\ E_1 & R_5 & R_4+R_5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1+R_2 & 0 & 0 \\ 0 & R_3+R_5 & R_5 \\ 0 & R_5 & R_4+R_5 \end{vmatrix}} = \frac{(E_1 - E_2 - R_2J)\cdot\Delta_{11} - 0\cdot\Delta_{12} + 0\cdot\Delta_{13}}{(R_1+R_2)\cdot\Delta_{11} - 0\cdot\Delta_{12} + 0\cdot\Delta_{13}} = \frac{E_1 - E_2 - R_2J}{R_1+R_2}$$

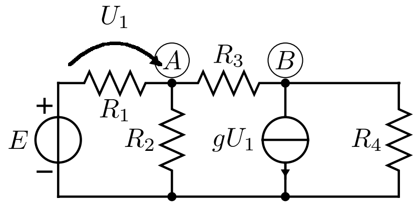
Kysytty virta

$$I_2 = I_a + J = \frac{E_1 - E_2 + R_1J}{R_1+R_2} = -2\,\text{A}.$$

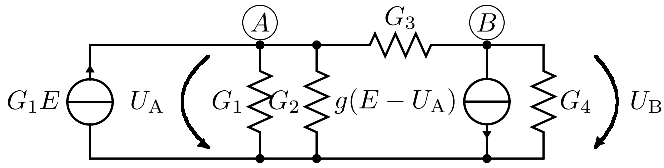
1.4



Muodosta jännitteen U_1 lauseke kuvan mukaisessa piirissä.



Valitaan alin solmu referenssisolmuksi. Solmujännitteiden avulla lausuttuna $U_1 = E - U_\mathrm{A}$. Muutetaan jännitelähde virtalähteeksi.



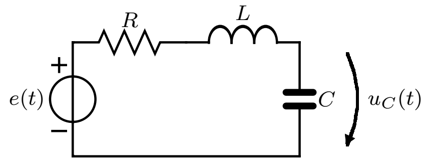
$$\begin{bmatrix} G_1+G_2+G_3 & -G_3 \\ -G_3 & G_3+G_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_\mathrm{A} \\ U_\mathrm{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1E \\ -g(E-U_\mathrm{A}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} G_1+G_2+G_3 & -G_3 \\ -G_3-g & G_3+G_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_\mathrm{A} \\ U_\mathrm{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1E \\ -gE \end{bmatrix}$$

$$U_\mathrm{A} = \frac{\begin{vmatrix} G_1E & -G_3 \\ -gE & G_3+G_4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} G_1+G_2+G_3 & -G_3 \\ -G_3-g & G_3+G_4 \end{vmatrix}} = \frac{G_1(G_3+G_4)-gG_3}{(G_1+G_2)(G_3+G_4)+G_3(G_4-g))} \cdot E$$

$$U_1 = E - U_\mathrm{A} = \left[1 - \frac{G_1(G_3+G_4)-gG_3}{(G_1+G_2)(G_3+G_4)+G_3(G_4-g))}\right] \cdot E = \frac{G_2(G_3+G_4)+G_3G_4}{(G_1+G_2)(G_3+G_4)+G_3(G_4-g))} \cdot E$$

1.5



Laske jännite $u_C(t)$ ajanhetkellä $t = 5\,\mathrm{s}$, kun $e(t) = \hat{e}\sin(\omega t + \phi)$.

$$\hat{e} = 10\,\mathrm{V} \qquad R = 1\ \Omega \qquad L = \tfrac{1}{100\pi}\,\mathrm{H}$$
$$C = \tfrac{1}{300\pi}\,\mathrm{F} \quad f = 50\,\mathrm{Hz} \quad \phi = 90^\circ.$$

Muunnetaan jännitelähteen ajanfunktio osoittimeksi: $e(t) = \hat{e}\sin(\omega t + \phi) \rightarrow E = \frac{\hat{e}}{\sqrt{2}}\underline{/\phi}$

Kapasitanssin jännite U_C saadaan esimerkiksi jännitteenjaolla:

$$U_C = \frac{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}E}{R + \mathrm{j}\omega L + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}} = \frac{3\underline{/-90^\circ} \cdot \frac{10}{\sqrt{2}}\underline{/90^\circ}}{1 - \mathrm{j}2}\,\mathrm{V} = \frac{\frac{30}{\sqrt{2}}\underline{/0^\circ}}{\sqrt{5}\underline{/-63{,}43^\circ}}\,\mathrm{V} = \frac{30}{\sqrt{2}\sqrt{5}}\underline{/63{,}43^\circ}\,\mathrm{V}.$$

Muunnetaan osoitin ajanfunktioksi:

$$u_C(t) = \frac{30}{\sqrt{5}}\sin(\omega t + 63{,}43^\circ)\,\mathrm{V}$$

Jännite ajanhetkellä $t = 5\,\mathrm{s}$:

$$u_C(5) = \frac{30}{\sqrt{5}}\sin\left(100\pi \cdot 5 + 63{,}43^\circ\frac{\pi}{180^\circ}\right)\,\mathrm{V} = \frac{30}{\sqrt{5}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}}\,\mathrm{V} = 12\,\mathrm{V}$$