

Mat-1.1210 Matematiikan peruskurssi S1

3. välikoe 16.12.2008

Täytä selvästi jokaiseen vastauspaperiin kaikki otsaketiedot. Merkitse kuulustelukoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. ★-kohta jätetään tyhjäksi. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, EST, INF, KEM, KON, MAA, MAK, MAR, PUU, RYK, TFY, TIK, TLT, TUO.

Kokeessa EI saa käyttää mitään sähköllä toimivia apuvälineitä paitsi sydämentahdistimia. Koeaika on 3h.

1. a) Laske raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(x)}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

b) Laske joko l'Hospitalin säännöllä tai Taylorin polynomilla raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\ln(1-x)}$$

2. Atomipommi on räjähtänyt stratosfäärissä Otaniemen yläpuolella, ja teekkarikylän vihe-
liäisinkin tamagochi on iäksi vaiennut. Jok'ikinen laskukone on mennyttä, ja logaritmitau-
lut ynnä laskutikut ovat maailmaa kiertävässä *Tikusta Asiaa* -näyttelyssä Ulaanbaataris-
sa, Mongoliassa. Eloonjäämisemme riippuu sangen omituisella tavalla siitä, pystymmekö
laskemaan luvun $a = \ln 3$ likiarvon noin sadasosan tarkkuudella.

Pelasta meidät soveltamalla funktioon $f(x) = \ln(e+x)$ lineaarista approksimaatiota, ja
laske täten likiarvo luvulle $a = \ln 3$. Tarkista lineaarisen approksimaation virhekaavalla (eli
Lagrangen jäännöstermin lausekkeella 1. asteen Taylorin polynomille), että approksimaa-
tiovirhe on haluttua suuruusluokkaa.

Vihje: Joku desantti oli kirjoittanut TKK:n päärakennuksen miesten vessan seinään likiar-
von

$$1/e = 0.367879441171442 \dots$$

josta on laskennassa suurta helpotusta.

3. a) Laske määrämättömät integraalit (eli "antiderivaatat")

$$\int \frac{2x+1}{x^2+6x+10} dx \quad \text{ja} \quad \int \frac{5-x}{2x^2+x-10} dx.$$

b) Laske osittaisintegroimalla

$$\int_0^1 x^2 e^x dx.$$

4. Ratkaise Laplace-muunnoksen avulla alkuarvottehtävä $x'(t) - 9x(t) = \sin 2t$, $x(0) = 0$.

Vihje: Tarvittavia Laplace-muunnoskaavoja koepaperin kääntöpuolella.