T-111.4300 Tietokonegrafiikan perusteet
Tentti 17.12.2008

1. Selitä lyhyesti (2-3 lausetta) seuraavat termit ja menetelmät (6p):

   (a) trikromaattinen värinäköteoria,

   (b) yhdensuuntaisprojektio,

   (c) kiertomatriisi ja sen ominaisuudet,

   (d) näkyvyysongelma,

   (e) Gouraudin ja Phongin sävytys,

   (f) globaali valaistus.

2. Transformaatioista.

   (a) Muodosta seuraavat avaruuden $\mathbb{R}^3$ muunnokset matriisimuodossa homogeenisissa koordinaateissa. Matriisit on kirjoitettava auki. (2p)

      (i) siirto, jossa piste $(1, 2, 5)$ kuvautuu pisteeksi $(3, 2, 2)$,

      (ii) tasainen (eli isotrooppinen) skaalaus tekijällä 4,

      (iii) kierto kulman θ verran x-akselin (1. koord.) ympäri.

   (b) Kuvausten muodostaminen ja yhdistäminen. Ilmaise vastaus matriisien jonona ja selitä mitä mikäkin matriisi tekee ja miten se muodostetaan. Matriiseja ei tarvitse kirjoittaa auki komponenteittain.

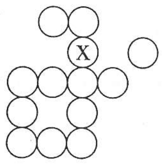
      (i) Kolmiulotteisessa mallissa on ikkuna, jonka saranat ovat pisteissä $\mathbf{u}$ ja $\mathbf{v}$, ja ulkopuolelta katsottuna $\mathbf{u}$ on saranat sisältävällä reunalla ennen pistettä $\mathbf{v}$, kun kierretään ikkunan reunoja vastapäivään. Muodosta muunnos, jolla voidaan avata ikkunaa kulman θ verran. (1p)

      (ii) Määritellään objektin asento ja koko interaktiivisesti siirtämällä hiirellä jotain sen pistettä $\mathbf{u}$ pisteeseen $\mathbf{v}$. Siirron tekemiseksi objektia skaalataan ja kierretään keskipisteensä $\mathbf{w}$ suhteen. Muodosta tasossa yhdiste kierroista, siirroista ja skaalauksista, joka säilyttää pisteen $\mathbf{w}$ paikallaan, ja joka kuvaa pisteen $\mathbf{u}$ pisteeksi $\mathbf{v}$. (1p)

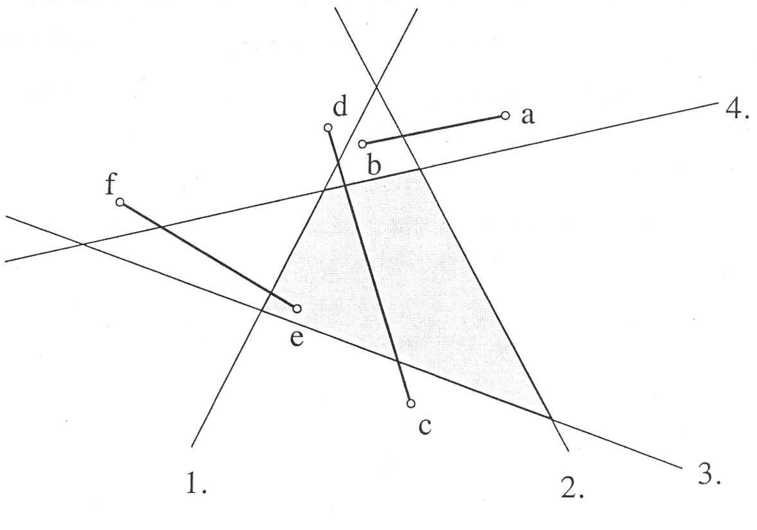
   (c) Muodosta homogeenisissa koordinaateissa 4×4 matriisi perspektiiviprojektiolle keskuksena $\mathbf{c}$ tasolle $\mathbf{x} \cdot \mathbf{n} = a$, missä $\mathbf{n}$ on tason normaali. Jos muodostat vastauksen useammista matriiseista, niin kertolaskua ei tarvitse laskea, mutta tekijät on kirjoitettava auki. Perustele. (2p)

3. Algoritmeja tasossa.

(a) Selitä miten tulvatäyttö (FLOODFILL4) toimii alla kuvatussa tilanteessa; vain korvattavan värin väriset pikselit on näytetty ja aloituspiste on merkitty rastilla. Voit hyppiä välivaiheiden yli kohtiin, joissa tapahtuu algoritmin toiminnan kannalta mielenkiintoisia asioita. Miksi algoritmi on tehoton, mikä on tehokkuuden kannalta pahin tilanne ja miten alueen täyttö voidaan tehdä tehokkaammin? Lyhyt vastaus riittää. (3p)

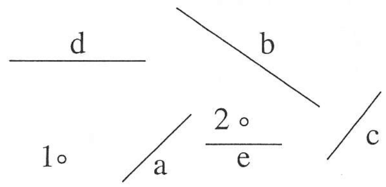


(b) Muodosta ulkona-koodit ja kuvaa miten Cohenin-Sutherlandin algoritmi toimii niiden avulla alla kuvatussa tapauksessa. Leikkaussuorien järjestys on annettu kuvassa ja leikkausalue on väritetty. Voidaanko algoritmi yleistää suoraviivaisesti käyttämään palloja leikkausrajoina puoliavaruuksien sijaan? Lyhyt perustelu riittää. (3p)



4. Näkyvyys ja sävytys.

(a) Muodosta BSP-puu oheisesta tilanteesta ja kuvaa miten piirtojärjestys lasketaan siitä, kun katsoja on pisteessä 1 tai pisteessä 2. (3p)



(b) Selitä ja perustele Phongin valaistusmallissa

$$I_a k_a + I\big((\cos\theta)k_d + (\cos\alpha)^{k_e} k_s\big),$$

esiintyvät termit. (3p)

5. Essee: Realistisen näkymän määritteleminen kolmioista koostuvilla malleilla ja perspektiivikuvan muodostaminen siitä rasterinäytölle vaiheittain, kun näkyvyysongelma ratkaistaan syvyyspuskurilla. (6p)

Algoritmeja

FloodFill4(x, y, c_0, c_1)

if GetPixel$(x, y) = c_0$ **then**
  PutPixel(x, y, c_1).
  FloodFill4$(x+1, y, c_0, c_1)$.
  FloodFill4$(x-1, y, c_0, c_1)$.
  FloodFill4$(x, y+1, c_0, c_1)$.
  FloodFill4$(x, y-1, c_0, c_1)$.
end if

CohenSutherlandClip(jana $\mathbf{uv}$, puoliavaruudet $\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n$)

Luokittele pisteet $\mathbf{u}$ ja $\mathbf{v}$ puoliavaruuksien suhteen sisä- tai ulkopuolelle.
while janan $\mathbf{uv}$ toinen päätepiste jonkin puoliavaruuden ulkopuolella **do**
  if jana $\mathbf{uv}$ kokonaan jonkin puoliavaruuden ulkopuolella **then**
    return $\emptyset$.
  end if
  Etsi ensimmäinen puoliavaruus π_i, jota vastaavan tason $\mathbf{uv}$ leikkaa.
  Korvaa $\mathbf{uv}$ sen leikkauksella puoliavaruuden π_i kanssa ja luokittele uusi päätepiste puoliavaruuksien $\pi_{i+1}, \ldots, \pi_n$ suhteen.
end while
return $\mathbf{uv}$.

Kaavoja

- vektori ja komponentit $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \ldots, u_n) \in \mathbb{R}^n$
- pistetulo $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \sum_{i=1}^{n} u_i v_i$
- vektorin pituus eli normi $\|\mathbf{u}\| = \sqrt{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}}$
- vektoreiden välinen etäisyys $d(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \|\mathbf{u} - \mathbf{v}\|$
- vektoreiden välinen kulma $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \|\mathbf{u}\|\|\mathbf{v}\| \cos\theta$
- Rodriguesin kaava

$$\mathrm{R}_{\mathbf{u}}(\theta) = \mathbf{u}\mathbf{u}^T + (\mathbf{I} - \mathbf{u}\mathbf{u}^T)\cos\theta + [\mathbf{u}]_\times \sin\theta.$$