

**Mat-1.1131 Matematiikan peruskurssi C3-I/  
Mat-1.1331 Matematiikan peruskurssi KP3-I**

**Tentti 28.10.2008**

**Kirjoita vastauspaperiin kumman kurssin haluat suorittaa. Kaikki yo-kokeessa hyväksytyt laskimet ovat sallittuja. Perustele vastauksesi!**

- (a) Määrittele neliöjuuren  $\sqrt{z}$ ,  $z \neq 0$ , pääarvo kompleksitasossa.  
(b) Laske  $\text{Im}\left(\frac{(1+2i)^3}{3-4i}\right)$ .  
(c) Laske  $(-1-i)^i$ :n pääarvo.
- (a) Etsi funktio  $f$ , joka on analyyttinen koko kompleksitasossa ja jonka reaaliosa  $\text{Re} f = x^2 + xy - y^2$ .  
(b) Selitä miksi ei voi olla funktiota, joka on analyyttinen koko kompleksitasossa ja jonka reaaliosa on  $y^2 + 2xy$ .
- Laske Taylorin sarja funktiolle  $f(z)$  pisteessä 0 ja funktiolle  $g(z)$  pisteessä  $2i$ , kun

$$f(z) = \frac{1}{1+z} \quad \text{ja} \quad g(z) = \frac{1}{1-z}.$$

Missä alueessa sarjat suppenevat?

- (a) Olkoon suljettu polku  $C$   $3i$ -keskisen  $2$ -säteisen kiekon kehä kerran vastapäivään kierrettynä. Laske integraali

$$\int_C \frac{2}{z^2 + 4} dz.$$

(b) Etsi parametriesitys polulle  $C$ .

- Olkoon

$$f(t) = \begin{cases} 1, & -\pi \leq t < 0, \\ \frac{1}{2}, & t = 0, \\ 0, & 0 < t < \pi, \end{cases}$$

jatkettu  $2\pi$ -jaksolliseksi funktioksi  $\mathbb{R}$ :ään kaavalla  $f(t + 2\pi) = f(t)$ . Määrittele ja laske funktion  $f(t)$  kompleksinen ja reaalinen Fourier-sarja. Millä  $t \in [-\pi, \pi)$  Fourier-sarja suppenee funktioon  $f(t)$ ?