

Helsinki University of Technology  
Laboratory for Theoretical Computer Science  
Harri Haanpää (puh. 5243)

T-79,1001 Introduction to Theoretical Computer Science T (4 cr)  
Exam Mon 27 Oct 2008 1 p.m. to 4 p.m.

Write on every answer sheet:

- Name, degree programme, student number
- The name and code of the course and date of exam
- The total number of answer sheets submitted for grading

1. Show that each of the following languages is regular, for example by describing them as regular expressions or finite automata.

- (a)  $\{w \in \{0,1\}^* \mid |w| \geq 2, |w| \text{ is odd}\}$ , 5p.
- (b)  $\{w \in \{0,1\}^* \mid |w| \geq 3, w \text{ starts with } 010 \text{ or ends with } 110\}$ , 5p.
- (c)  $\{w \in \{a,b,c\}^* \mid w \text{ contains neither } ab \text{ nor } cc \text{ as a substring}\}$ . 5p.

2. Consider the language  $L = \{0^i 1^j 0^k \mid j = i + k\}$ .

- (a) Give a context-free grammar that produces  $L$ . 8p.
- (b) Show that  $L$  is not regular. 7p.

3. Design a single-tape Turing machine that decides whether the input is of the form  $a^i cb^i$ , where  $i \geq 0$ . Present the computation of your machine with inputs  $aacb$  and  $acbb$ . 15p.

4. Closure properties of language classes.

- (a) Show that if  $L_1$  and  $L_2$  are regular, then also  $L_1 \cup L_2$  is regular. 5 p.
- (b) Show that if  $L_1$  and  $L_2$  are context-free, then also  $L = L_1 \cup L_2$  is context-free. 5 p.
- (c) Show that if  $L_1$  and  $L_2$  are recursively enumerable, then also  $L = L_1 \cap L_2$  is recursively enumerable. 5 p.

Total 60p.

Teknillinen korkeakoulu  
Tietojenkäsittelyteorian laboratorio  
Harri Haanpää (puh. 5243)

T-79.1001 Tietojenkäsittelyteorian perusteet T (4 op)  
Tentti ma 27.10.2008 klo 13–16

Merkitse jokaiseen vastauspaperiin:

- Nimi, tutkinto-ohjelma, opiskelijanumero
- Kurssin nimi ja koodi, tentin päivämäärä
- Tarkastettavaksi jättämiesi vastauspapereiden kokonaismäärä

1. Osoita, että kukin seuraavista kielistä on säännöllinen esimerkiksi antamalla sille kuvaus joko säännöllisenä lausekkeena tai äärellisenä automaattina:

- (a)  $\{w \in \{0,1\}^* \mid |w| \geq 2, |w| \text{ on pariton}\}$ , 5p.
- (b)  $\{w \in \{0,1\}^* \mid |w| \geq 3, w \text{ alkaa jonolla } 010 \text{ tai päättyy jonoon } 110\}$ , 5p.
- (c)  $\{w \in \{a,b,c\}^* \mid w \text{ ei sisällä osajonoa } ab \text{ eikä osajonoa } cc\}$ . 5p.

2. Tarkastellaan kieltä  $L = \{0^i 1^j 0^k \mid j = i + k\}$ .

- (a) Esitä yhteydetön kielioppi, joka tuottaa kielen  $L$ . 8p.
- (b) Osoita, että  $L$  ei ole säännöllinen. 7p.

3. Laadi yksinauhainen Turingin kone, joka ratkaisee, onko syöte muotoa  $a^i cb^i$ , missä  $i \geq 0$ . Esitä koneen laskenta syötteillä  $aacbb$  ja  $acbb$ . 15p.

4. Kieliluokkien sulkeumaominaisuuksia.

- (a) Todista, että jos kielet  $L_1$  ja  $L_2$  ovat säännöllisiä, niin myös kieli  $L_1 \cup L_2$  on säännöllinen. 5 p.
- (b) Todista, että jos kielet  $L_1$  ja  $L_2$  ovat yhteydettömiä, niin myös kieli  $L = L_1 \cup L_2$  on yhteydetön. 5 p.
- (c) Todista, että jos kielet  $L_1$  ja  $L_2$  ovat rekursiivisesti numeroituvia, niin myös kieli  $L = L_1 \cap L_2$  on rekursiivisesti numeroituva. 5 p.

Yhteensä 60 p.