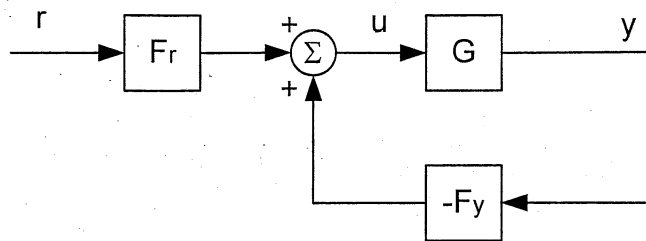


AS-74.3123 Mallipohjaiset säätöjärjestelmät
Tentti 13. 1. 2009

Lopullinen arvosana määräytyy, kun sekä tentti että kotitehtävä on hyväksytty.
 5 tehtävää.

1. Tarkastellaan kuvassa 1 esitettyä kahden vapausasteen säätökonfiguraatiota. Kyseessä on monimuuttujajärjestelmä, jolloin signaalien ja siirtofunktio­matriisien dimensiot on valittu sopiviksi.



Kuva 1.

- a. Määrittele *silmukan vahvistusfunktio (loop gain)*, *herkkyysfunktio*, *komplementäärinen herkkyysfunktio* ja *suljetun järjestelmän siirtofunktio*.
 b. Osoita oikeiksi seuraavat yhteydet. (Kaavoissa olevat symbolit ovat kurssissa käytettyjä standardimerkintöjä.)

$$S + T = I$$

$$(I + L)^{-1} L = L(I + L)^{-1}$$

$$G(I + KG)^{-1} = (I + GK)^{-1} G$$

$$T = (I + L^{-1})^{-1}$$

- c. Tarkastellaan SISO-tapausta. Ratkaise kompleksitason ne alueet, joissa pätee $|S| < 1$, $|S| = 1$ ja $|S| > 1$.

2. Tarkastellaan MIMO-järjestelmää, jonka siirtofunktio­matriisi on

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{2}{s+1} & \frac{3}{s+2} \\ \frac{1}{s+1} & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix}$$

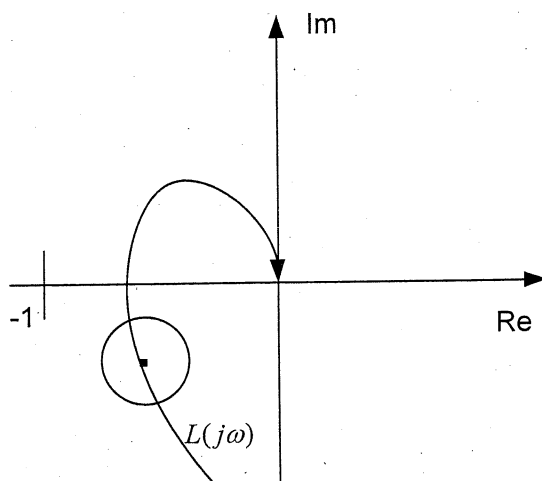
- a. Mitä tarkoitetaan systeemin *navoilla* ja *nollilla*?
 b. Laske navat ja nollat yo. esimerkkitapauksessa.
 c. Mitä johtopäätöksiä voidaan tehdä säädön kannalta?
 d. Mitä tarkoitetaan termillä ”Relative Gain Array” (RGA)?

- e. Laske RGA(0) yo. esimerkkitapauksessa.
- f. Mitä johtopäätöksiä voidaan tehdä säädön kannalta?

3. Tarkastellaan SISO-järjestelmää, jossa prosessin malliin sisältyy epävarmuutta yhtälön

$$G_0(j\omega) = (1 + \Delta_G(j\omega))G(j\omega)$$

mukaisesti. Yhtälössä G kuvaa nominaalimallia ja G_0 todellista prosessin taajuusvastetta. Malliepävarmuus on huomioitu taajuusfunktiolla Δ_G .



Kuva 2.

Kuvassa 2 on esitetty nominaalimallille laskettu silmukan vahvistusfunktion L Nyquistin diagrammi. Ympyrä kuvaa merkittävään kohtaan (piste) liittyvää epävarmuutta.

Johda kuvion perusteella ehto suljetun järjestelmän robustille stabiilisuudelle.

4. Tarkastellaan diskreettiaikaista kahden askeleen LQ-probleemaa

$$x(k+1) = x(k) + u(k), \quad x(0) = x_0$$

$$J = \frac{1}{2}x^2(2) + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^1 (x^2(i) + u^2(i))$$

Määritä optimaalinen ohjaussekvenssi ja tilatrajektori. Laske myös optimikustannus.

5. Selitä lyhyesti seuraavat termit:

- a. singulaariarvo
- b. H_∞ -normi
- c. BIBO-stabiilisuus
- d. Pienen vahvistuksen teoreema (Small Gain Theorem)
- e. LQG-säätö
- f. Konservatiivinen säätölaki

Kaavoja, joista voi olla hyötyä:

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k, \quad k > i$$

$$J_i = \frac{1}{2} x_N^T S_N x_N + \frac{1}{2} \sum_{k=i}^{N-1} (x_k^T Q_k x_k + u_k^T R_k u_k)$$

$$S_N \geq 0, \quad Q_k \geq 0, \quad R_k > 0$$

$$S_k = A_k^T \left[S_{k+1} - S_{k+1} B_k (B_k^T S_{k+1} B_k + R_k)^{-1} B_k^T S_{k+1} \right] A_k + Q_k, \quad k < N, \quad S_N \text{ annettu}$$

$$K_k = (B_k^T S_{k+1} B_k + R_k)^{-1} B_k^T S_{k+1} A_k, \quad k < N$$

$$u_k = -K_k x_k, \quad k < N$$

$$J_i^* = \frac{1}{2} x_i^T S_i x_i$$