

AS-84.3125 Estimointi- ja sensorifuusiomenetelmät (3 p)

Estimation and sensor fusion methods

Tentti/Exam 28.10.2008

$$d g(t(x)) = g'(t(x)) \cdot t'(x)$$

Tentissä saa käyttää opintojaksolla jaettua kaavakokoelmaa. *It is allowed to use the delivered Collection of important formulas for this course in the exam.*

$$LS (X^T X)^{-1} X^T y$$

1. Tarkastellaan yhtä mittausta  $z$  tuntemattomasta vakioparametrasta  $x$ .  
 Consider one measurement  $z$  of an unknown constant parameter  $x$ .

$$z = \frac{1}{2}x + w$$

$$B(x) = x^T y$$

$$B = \frac{d}{b}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\epsilon}{\sigma}\right)^2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Oletetaan että  $w$  on normaalisesti (Gaussisesti) jakautunut, odotusarvo on nolla, varianssi  $P_{zz}$ . Johda parametrille  $x$  ML-estimaattori sekä LS-estimaattori. Vertaile estimaattoreita.

Let's assume that  $w$  has Gaussian pdf with mean zero and covariance  $P_{zz}$ . Find ML estimator and LS estimator for the parameter  $x$ . Compare estimators.

(6 p)

2. Suunnittele diskreetti laajennettu Kalmansuodin ajoneuvolle, jonka jatkuva-aikaisessa mallissa tiloina ovat 2D-paikka  $x_1, x_2$ , suunta  $x_3$ .  
 Find a discrete extended Kalman filter for a vehicle having the following continuous time mode, in which 2D-position  $x_1, x_2$  and heading angle  $x_3$  are the state variables

$$\dot{x}_1 = v \cos(x_3 + k_1 u)$$

$$\dot{x}_2 = v \sin(x_3 + k_1 u)$$

$$\dot{x}_3 = v k_2 u$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \phantom{1} \\ \phantom{1} \\ \phantom{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phantom{1} \\ \phantom{1} \\ \phantom{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \phantom{1} \\ \phantom{1} \\ \phantom{2} \end{bmatrix} \uparrow$$

jossa  $u$  ohjauskulma ja  $v$  nopeus. Paikka pystytään mittaamaan huonohkolla GPS-laitteella, jonka mittausvirhe oletetaan nollakeskiarvoiseksi ja gaussiseksi.

Input  $u$  is steering angle and  $v$  velocity. The position can be measured with a standard poor GPS, disturbed with white zero mean Gaussian noise.

Diskretoinnin voi tehdä Eulerin menetelmällä, jonka voi johtaa suoraan derivaatan määritelmästä. *The system can be discretized with Euler method, which can be reasoned on the basis of definition for derivative.*

$$\dot{x} = f(x, u, t) \approx \frac{x(k+1) - x(k)}{T}$$

Mitä seikkoja pitää huomioida tällaista suodatinta käytettäessä. *What things should be taken into account when using this kind of filter.*

(6 p)

3. Missä tilanteissa MAP-estimaattori on parempi kuin ML estimaattori?  
*In what cases MAP estimator is better than ML estimator?* (6 p)
4. a) Milloin kannattaa käyttää informaatiomuotoista Kalmansuodatinta, milloin 'tavallista' formulointia?  
*a) In what cases it is beneficial to use Information filter? in what cases 'normal' Kalman filter?* (2 p)
- b) Miksi Kalman suodattimessa a posteriori kovarianssi on aina 'pienempi' kuin a priori kovarianssi?  
*b) Why a posteriori covariance is always 'smaller' than a priori covariance in Kalman filter?* (2 p)
- c) Miksi toisen kertaluvun laajennetun Kalman suodattimen yhteydessä dynaamisen mallin virhettä ja mittauksen virhettä kuvaavien kohinoiden kovarianssien pitää olla todenmukaiset.  
*Why, in the case of second order extended Kalman filter, the covariances of the noises in the dynamic model and in the measurement equation must have realistic values?* (2 p)
5. Miksi epälineaarisisa järjestelmissä implementoidut tilaestimaattorit ovat lähes aina vain approksimaatioita optimaalisesta tilaestimaattoreista?  
*Why, in cases of nonlinear systems, the implemented state estimators are almost always only approximations of the optimal state estimators?* (6 p)