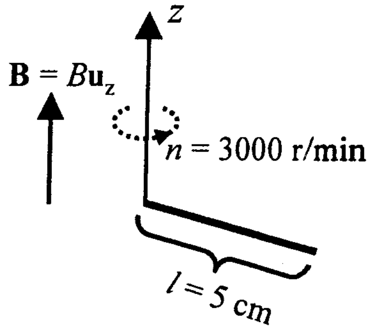
Tfy-0.1024 Fysiikka IIB — Tentti 16.1.2009

Merkitse jokaiseen vastauspaperiin nimi, opiskelijanumero, osasto ja kurssin koodi
Mainitse myös suorititko laskuharjoituksia keväällä 2008

1. Vastaa lyhyesti ja selkeästi seuraaviin kysymyksiin.
   a) Mitä tarkoittaa dispersio? (1p)
   b) Kirjoita Faradayn laki integraalimuodossa ja tulkitse se sanallisesti? (1p)
   c) Mikä on fotoni ja mitä ominaisuuksia sillä on (massa, energia, liikemäärä...)? (1p)
   d) Selosta dipoliantennin toimintaperiaate. (1p)
   e) Mikä on Heisenbergin epätarkkuusperiaate ja mistä se on seurausta? (1p)
   f) Mistä kvanttimekaanisen systeemin energian (ja muiden suureiden) kvantittuminen on seurausta? (1p)

2. Sauvaa, jonka pituus on $l = 5$ cm, pyöritetään toisen päänsä ympäri homogeenisen magneettikentän ($B = 0.01$ Vs/m^2) normaalitasossa pyörimisnopeudella $n = 3000$ kierrosta minuutissa. Kuinka suuri lähdejännite indusoituu sauvaan? (6p)



3. Maxwellin yhtälöt
   a) Kirjoita Maxwellin yhtälöt integraali- tai differentiaalimuodossa ja nimeä esiintyvät suureet. (2p)
   a) Miten Maxwellin yhtälöt muuttuisivat, jos magneettisia monopoleja löydettäisiin? (1p)
   c) Osoita, että sähkömagneettisen aallon sähkökenttä toteuttaa tyhjiössä aaltoyhtälön. (3p)

4. Ratkaise molemmat kohdat.
   a) Valo jonka aallonpituus on $\lambda = 633$ nm ja intensiteetti $I = 150$ mW osuu kohtisuoraan pinta-alaan $A = 4$ cm^2. Kuinka monta fotonia osuu alalle aikayksikössä? (3p)
   b) Sähkömagneettisen aallon sähkövektori on muotoa
   $\mathbf{E} = \mathbf{i}E_0\sin(2\pi z/\lambda + \omega t) + \mathbf{j}E_0\cos(2\pi z/\lambda + \omega t)$.
   Mihin suuntaan aalto etenee? Mikä on aallon polarisaatiotila? (3p)

5. Hiukkanen jonka massa on m liikkuu potentiaalissa $V(x)$. Oletetaan, että hiukkanen on energian ominaistilassa $\psi(x) = (\gamma^2/\pi)^{1/4}\exp(-\gamma^2x^2/2)$, johon liittyvä energia on $E = \hbar^2\gamma^2/2m$.
   a) Mikä on hiukkasen kokonaisaaltofunktio (aikariippuvuus huomioituna)? (1p)
   b) Millä todennäköisyydellä hiukkanen on välillä $[x, x + dx]$? (1p)
   c) Mikä on hiukkasen keskimääräinen paikka? (1p)
   d) Mikä on hiukkasen keskimääräinen liikemäärä? (1p)
   e) Määritä potentiaalifunktio $V(x)$. (2p)

KÄÄNNÄ

Vakioiden arvoja

Planckin vakio	$h = 6.6261\cdot 10^{-34}$ Js
h/2π	$\hbar = 1.0546\cdot 10^{-34}$ Js
valon nopeus tyhjiössä	$c = 2.9979\cdot 10^{8}$ m/s
alkeisvaraus	$e = 1.6022\cdot 10^{-19}$ C
tyhjiön permeabiliteetti	$\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ N/A^2
tyhjiön permittiivisyys	$\varepsilon_0 = 8.8542\cdot 10^{-12}$ F/m
Boltzmannin vakio	$k = 1.3807\cdot 10^{-23}$ J/K
elektronin lepomassa	$m_e = 9.1094\cdot 10^{-31}$ kg
protonin lepomassa	$m_p = 1.6726\cdot 10^{-27}$ kg
neutronin lepomassa	$m_n = 1.6749\cdot 10^{-27}$ kg
Stefan-Boltzmannin vakio	$\sigma = 5.6705\cdot 10^{-8}$ W/(m^{2}K^4)

Nabla sylinterikoordinaateissa

$$\vec{\nabla} = \hat{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\hat{\phi}}{r}\frac{\partial}{\partial \varphi} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{A} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right)\hat{r} + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right)\hat{\phi} + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rA_\varphi) - \frac{\partial A_r}{\partial \varphi}\right]\hat{k}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_r}{\partial z}$$

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$$

Nabla pallokoordinaateissa

$$\vec{\nabla} = \hat{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\hat{\theta}}{r}\frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\hat{\phi}}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \varphi}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{A} = \frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial(\sin\theta A_\varphi)}{\partial\theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial\varphi}\right]\hat{r} + \left[\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\varphi} - \frac{1}{r}\frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r}\right]\hat{\theta} + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right]\hat{\phi}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(\sin\theta A_\theta)}{\partial\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}$$

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}$$

$$= \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\psi) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}$$

Integraaleja

$$\int \sin ax\,dx = -\frac{1}{a}\cos ax$$

$$\int \cos ax\,dx = \frac{1}{a}\sin ax$$

$$\int \sin^2 ax\,dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2ax}{4a}$$

$$\int \cos^2 ax\,dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2ax}{4a}$$

$$\int \sin^3 ax\,dx = -\frac{1}{a}\cos ax + \frac{1}{3a}\cos^3 ax$$

$$\int \cos^3 ax\,dx = \frac{1}{a}\sin ax - \frac{1}{3a}\sin^3 ax$$

$$\int x\sin ax\,dx = \frac{1}{a^2}(\sin ax - ax\cos ax)$$

$$\int x\cos ax\,dx = \frac{1}{a^2}(\cos ax + ax\sin ax)$$

$$\int x^2\sin ax\,dx = \frac{1}{a^3}(2\cos ax + 2ax\sin ax - a^2x^2\cos ax)$$

$$\int x^2\cos ax\,dx = \frac{1}{a^3}(-2\sin ax + 2ax\cos ax + a^2x^2\sin ax)$$

$$\int x^n\sin ax\,dx = -\frac{1}{a}x^n\cos ax + \frac{n}{a}\int x^{n-1}\cos ax\,dx$$

$$\int x^n\cos ax\,dx = \frac{1}{a}x^n\sin ax - \frac{n}{a}\int x^{n-1}\sin ax\,dx$$

$$\int x\sin^2 ax\,dx = \frac{x^2}{4} - \frac{x\sin 2ax}{4a} - \frac{\cos 2ax}{8a^2}$$

$$\int x\cos^2 ax\,dx = \frac{x^2}{4} + \frac{x\sin 2ax}{4a} + \frac{\cos 2ax}{8a^2}$$

$$\int x^2\sin^2(ax)dx = \frac{x^3}{6} - \frac{x\cos(2ax)}{4a^2} - \frac{(-1+2a^2x^2)\sin(2ax)}{8a^3}$$

Vektorilaskentaa

$$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C}) = (\vec{A}\cdot\vec{C})\vec{B} - (\vec{A}\cdot\vec{B})\vec{C}$$

$$(\vec{A}\times\vec{B})\times\vec{C} = (\vec{A}\cdot\vec{C})\vec{B} - (\vec{B}\cdot\vec{C})\vec{A}$$

$$\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C}) = (\vec{A}\times\vec{B})\cdot\vec{C}$$

$$(\vec{A}\times\vec{B})\cdot(\vec{C}\times\vec{D}) = \begin{vmatrix}\vec{A}\cdot\vec{C} & \vec{A}\cdot\vec{D}\\ \vec{B}\cdot\vec{C} & \vec{B}\cdot\vec{D}\end{vmatrix}$$

$$\vec{\nabla}(\psi\xi) = \xi\vec{\nabla}\psi + \psi\vec{\nabla}\xi$$

$$\vec{\nabla}\times(\psi\vec{A}) = \vec{\nabla}\psi\times\vec{A} + \psi\vec{\nabla}\times\vec{A}$$

$$\vec{\nabla}\cdot(\psi\vec{A}) = \vec{\nabla}\psi\cdot\vec{A} + \psi\vec{\nabla}\cdot\vec{A}$$

$$\vec{\nabla}\cdot(\vec{A}\times\vec{B}) = \vec{B}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{A}) - \vec{A}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{B})$$

$$\vec{\nabla}(\vec{A}\cdot\vec{B}) = (\vec{A}\cdot\vec{\nabla})\vec{B} + (\vec{B}\cdot\vec{\nabla})\vec{A} + \vec{A}\times(\vec{\nabla}\times\vec{B}) + \vec{B}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A})$$

$$\vec{\nabla}\times(\vec{A}\times\vec{B}) = \vec{A}(\vec{\nabla}\cdot\vec{B}) - \vec{B}(\vec{\nabla}\cdot\vec{A}) + (\vec{B}\cdot\vec{\nabla})\vec{A} - (\vec{A}\cdot\vec{\nabla})\vec{B}$$

$$\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{A}) - \nabla^2\vec{A}$$