

Mat-1.1220 Peruskurssi S2

Tentti tai välikokeen uusinta 19.5.2006

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodikohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Välikoe 1: Tehtävät 1-3.

Välikoe 2: Tehtävät 4-6.

Välikoe 3: Tehtävät 7-9.

Tentti: Tehtävät 2, 3, 4, 6, 7 ja 8.

Kokeessa saa käyttää funktiolaskinta, ei muita apuvälineitä. Koeaika on 4h.

- (a) Laske integraali $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^4}$ numeerisesti käyttämällä Trapetsikaavaa T_4 .
(b) Laske käyrän $y = x^4 + \frac{1}{32x^2}$ pituus, kun $x \in [1, 3]$.
- Laske pisteiden $(1, -1, -1)$ ja $(3, 2, 0)$ kautta kulkevan suoran etäisyys suorasta, joka kulkee pisteen $(2, 1, -1)$ kautta ja on kohtisuorassa tasoa $x - 2y + z = -3$ vastaan.
- (a) Tutki suppeneeko vai hajaantuuko sarja $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{n!}$ käyttäen sopivaa suppenemistestiä.
(b) Tutki suppeneeko vai hajaantuuko sarja $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!6^n}{(3n)!}$ käyttäen sopivaa suppenemistestiä.
- (a) Etsi jokin parametriesitys pintojen

$$x^2 + y^2 - z - 2 = 0, \quad 2x + 2y - z = 0$$

leikkaiskäyrälle.

(b) Laske käyrän yksikkötangenttivektori ja yksikkönormaalivektori pisteessä $(x, y, z) = (1, 3, 8)$.

5. Olkoon

$$f(x, y) = \frac{x^2 y}{4x^4 + 2y^2}, \quad (x, y) \neq (0, 0).$$

Määritä funktion raja-arvo origossa tai osoita, että sitä ei ole olemassa.

6. Olkoot

$$u(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad v(x, y) = \arctan \frac{y}{x}, \quad -\pi/2 < v < \pi/2.$$

ja

$$g(x, y) = f(u(x, y), v(x, y)),$$

missä f on jatkuvasti derivoituva funktio. Laske

$$\frac{\partial g}{\partial x}(2\sqrt{3}, 2), \quad \frac{\partial g}{\partial y}(2\sqrt{3}, 2),$$

kun tiedetään, että

$$\frac{\partial f}{\partial u}(4, \pi/6) = -2, \quad \frac{\partial f}{\partial v}(4, \pi/6) = 3.$$

7. Laske integraali

$$\iint_A \frac{xy^2}{(x^2 + y^2)^3} dx dy,$$

missä A on joukko

$$A = \{(x, y) \mid 1 \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq 2, \quad x \geq 0, y \geq 0\}.$$

8. Alaspäin aukeavan paraboloidin $z = 4 - x^2 - y^2$ ja tason $z = 0$ rajoittamaan tilaan asetetaan suuntaissärmiö, jonka särmit ovat koordinaatitaksien suuntaiset ja projektio tasoon $z = 0$ on neliö. Etsi **Lagran- gen kerroinmenetelmää käyttäen** tilavuudeltaan suurin tällainen suuntaissärmiö.