

## Mat-1.1210 Matematiikan peruskurssi S1

3. välikoe 18.12.2007

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kuulustelukoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. ★-kohta jätetään tyhjäksi. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, EST, INF, KEM, KON, MAA, MAK, MAR, PUU, RYK, TFY, TIK, TLT, TUO.

Kokeessa saa käyttää funktiolaskinta, ei muita apuvälineitä. Koeaika on 3h.

1. a) Laske raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin(x)}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$$

b) Kirjoita tehtävän ratkaisua varten riittävän korkea-asteiset Taylorin polynomit funktioille  $f(x) = \sin^2(x^2)$  ja  $g(x) = (1 - e^x)^2$  kehityskeskusteina  $x = 0$ . Laske niiden avulla raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 - \sin^2(x^2)}{x(1 - e^x)^2}.$$

Tarkista tuloksesi l'Hospitalin säännöllä (kirjoita tarkistuksesi vastauspaperiin).

2. a) Hae Newtonin menetelmän avulla yhtälön  $x^5 + 6x - 7 = 0$  suurimman ratkaisun likiarvo siten, että virhe on korkeintaan  $10^{-4}$ . Käytä Bolzanon merkinvaihtolausetta vaaditun tarkkuuden toteamiseen.

b) Laske integraalit

$$\int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos x \, dx \quad \text{ja} \quad \int_0^{2\pi} x^2 \sin^2 x \, dx.$$

**Vihje:** Jälkimmäisessä tapauksessa lausu  $\sin^2 x$  funktion  $\cos 2x$  avulla tunnettua trigonometrian kaavaa käyttäen.

3. Laske määrämätön integraali (eli "antiderivaatta")

$$\int \frac{3x^2 - 2x - 5}{x^3 - x^2 - 4x - 6} dx.$$

**Vihje:** Rationaalilausekkeen nimittäjä toteuttaa  $Q(3) = 0$ .

4. Ratkaise Laplace-muunnoksen avulla alkuarvot tehtävä  $x'(t) - 9x(t) = \sin 2t$ ,  $x(0) = 0$ .

**Vihje:** Tarvittavia Laplace-muunnoskaavoja koepaperin kääntöpuolella.