

2. välikoe, 26.3.2007

Merkitse paperiin selvästi: C2, 2. välikoe, päivämäärä, nimi, osasto, opintokirjan numero ja allekirjoituksesi.

Kokeessa ei saa käyttää taulukoita eikä laskimia. Perustele vastauksesi!

**Tehtävä 1a.** Muotoile alternoivan sarjan suppenemistesti. Sovella sitä sarjaan

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}.$$

Suppeneeko sarja ehdollisesti? Suppeneeko se itseisesti?

b. Laske sarjan

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left( \frac{x+2}{2} \right)^n$$

suppenemissäde ja -väli.

**Tehtävä 2.** Laske funktion  $\frac{1-x}{1+x}$  Maclaurinin sarja. Mikä on sen suppenemissäde? (Voit hyödyntää tehtävässä geometrista sarjaa, jos haluat.)

**Tehtävä 3.** Ratkaise separoimalla logistisen kasvun yhtälö

$$\frac{dy}{dt} = ky(1-y), \quad k > 0.$$

Miten ratkaisu käyttäytyy, kun  $t \rightarrow \pm\infty$ ? Oletetaan, että  $y(0) \in (0, 1)$ .

~~Tehtävä 4.~~ Ratkaise alkuarvotehtävä

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 2y = 0 \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = -3. \end{cases}$$

$$\frac{d}{dx} \frac{1-x}{1+x} = \frac{d}{dx} (1-x)(1+x)^{-1} = (1-x)(-1-x)^{-2} + -(1+x)^{-1}$$