

Kirjoita ensin allamainitussa järjestyksessä jokaiseen koepaperiin selvästi  
- Mat-1.2620 SovTnB, tentti 7.1.2005 (tai: 1. välikoe, tai: 2. välikoe)  
- opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi (alleiviivattuna), etunimet  
- koulutusohjelma, vuosikurssi  
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat  
- nimikirjoitus

Huom: Eri tehtävien vastauksia EI tarvitse kirjoittaa eri konseptiarkeille.

## 1. välikoe

1-1. Populaatio koostuu suuresta joukosta aviopareja. Oletetaan, että miehistä 36 % ja naisista 25 % käyttää silmälaseja. Lisäksi oletetaan, että 15 % pareista on sellaisia, joissa molemmat puoliset käyttävät silmälaseja.

- a) Kuinka monta % aviopareista on sellaisia, että kumpikaan puoliso ei käytä silmälaseja?  
b) Poimitaan satunnaisesti yksi aviopari; määritellään tapahtumat

A: vaimo käyttää silmälaseja,  
B: mies käyttää silmälaseja.

Ovatko tapahtumat A ja B riippumattomat?

1-2. Jana, jonka pituus on 20 cm, jaetaan osiin A, B ja C, joiden pituudet ovat vastaavasti 4 cm, 7 cm ja 9 cm. Valitaan osista yksi käyttäen seuraavia menettelyjä:

- b) Valitaan janelta satunnaisesti piste P (ts. P on tasajakautunut välille  $[0, 20]$ ), jolloin osista A, B, C tulee valituksi se, johon piste P sattuu.  
a) Valinta tapahtuu arpomalla siten, että kullakin osalla on yhtä suuri todennäköisyys tulla valituksi.

Määritä kummassakin tapauksessa satunnaismuuttujan

$X$  = valitun osan pituus

odotusarvo ja keskihajonta.

1-3. Satunnaismuuttujan  $X$  tiheysfunktio on  $f(x) = \frac{x}{2}$ ,  $0 < x < 2$  ( $f(x) = 0$  muuten).

Määritä satunnaismuuttujan  $Y = X^2$  tiheysfunktio.  
(vihje: Määritä ensin  $Y$ :n kertymäfunktio.)

1-4. Sopivasti koulutetut rotat ratkaisevat tietyn probleeman keskimäärin 5.5 minuutissa. Ratkaisemisaika vaihtelee siten, että sitä voidaan pitää normaalijakautuneena; ratkaisemisaikan keskihajonta on 1.1 min.

- a) Kuinka monella %:lla rotista ratkaisuaika on välillä 4 - 6 min?  
b) Kuinka nopeasti probleeman ratkaisee nopein 2% rotista?

## 2. välikoe

2-1. Lentoyhtiö tietää kokemuksesta, että keskimäärin 3% paikan varanneista matkustajista jää saapumatta. Koneeseen, johon voidaan ottaa 218 matkustajaa, on myyty 223 lippua. Millä todennäköisyydellä kaikki paikalle saapuvat matkustajat mahtuvat koneeseen?

2-2. Satunnaismuuttujilla  $U$  ja  $V$  on jakaumana tasajakauma välillä  $[0, 1]$ . Lisäksi oletetaan, että  $U$  ja  $V$  ovat riippumattomat.

a) Määritä todennäköisyys  $P(U+2V \leq 1)$ .

b) Määritä satunnaismuuttujan  $X = U+2V$  jakauma ja esitä  $X$ :n tiheysfunktio graafisesti (vihje: määritä  $X$ :n kertymäfunktio; idea löytyy a)-kohdasta).

2-3. Tuotantolinjalta tulevan maalitökin painon tulisi olla 835 g ja kokemuksen mukaan paino on normaalijakautunut keskihajontana 6 g.

a) Keskimääräistä painoa valvotaan siten, että ajoittain punnitaan 10 satunnaisesti poimittua tölkkiä. Määritellään

$Y$  = purkkien yhteenlaskettu paino.

Millä  $Y$ :n arvoilla päätellään, että purkin keskipaino poikkeaa arvosta 835 g (käytetään riskitasoa 0.05)?

b) Toisinaan punnitaan jokainen tölkki erikseen ja lasketaan otoksesta keskihajonta. Millä otoskeskihajonnan arvoilla päätellään, että purkin painon keskihajonta on suurempi kuin tavanomainen 6 g (tässäkin riskitaso on 0.05)?

2-4. Eräässä tutkimuksessa haastateltiin 160 peruskoulun yhdeksäsluokkalaista ja näistä 35 ilmoitti yhdeksi harrastukseksi lukemisen. Vastaavassa tutkimuksessa, joka tehtiin 1985, oli haastateltu 100 samassa vaiheessa olevaa koululaista, ja näistä 32 oli ilmoittanut harrastavansa lukemista. Voidaanko näiden havaintojen perusteella väittää, että lukemisharrastus koulu-ikäisten keskuudessa on vähentynyt? Muodosta sopivat hypoteesit ja testaa riskitasolla 0.05.

2-5. Tutkittiin suureen  $y$  riippuvuutta suureesta  $x$ . Oheisessa taulukossa on annettu tietyt  $x$ :n arvoja vastaavat mitatut  $y$ :n arvot:

$x$	0	10	20	30	40
$y$	1.7	3.7	7.1	10.9	14.1

Määritä lineaarisen regressiomallin

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + E_i \quad (E_i \sim N(0, \sigma^2))$$

kertoimien  $\alpha$  ja  $\beta$  piste-estimaatit sekä estimaatti varianssille  $\sigma^2$ .

**TENTTI:** tehtävät 1-2 1-3 2-1 2-3 2-4