

Tiistai 14.12. 2004.

Kirjoita paperiin: nimi, osasto, vuosikurssi, opiskelijanumero, päivämäärä ja suoritettava kurssi.

Laskinten käyttö kielletty!

1) (6p.) Ratkaise

$$x'(t) = Ax(t) + b(t) = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 6 \\ 6t \end{bmatrix}$$

$$\text{alkuehdolla } x(0) = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

2) (6p.) Ratkaise Laplace muunnoksen avulla  $y'' + y = 2t$  alkuehdoilla  $y(\pi/4) = \pi/2$  ja  $y'(\pi/4) = 2 - \sqrt{2}$ .(Apukaavoja:  $\mathcal{L}(\frac{1}{\omega} \sin(\omega t)) = \frac{1}{s^2 + \omega^2}$  ja  $\mathcal{L}(\cos(\omega t)) = \frac{s}{s^2 + \omega^2}$ .)

3) (6p.) Tarkastellaan epälineaarista yhtälöryhmää

$$\begin{cases} x^3 = -y^3 + 5 \\ x^3 - x^2 = y^3 - 2y + 1 \end{cases}$$

Ota Newtonin iteraatiolla yksi askel lähtemällä liikkeelle pisteestä (1, 1).

4) (6p.) Etsi trigonometrinen polynomi  $p$  astetta 3 siten, että  $\int_{-\pi}^{\pi} |f(x) - p(x)|^2 dx$  on mahdollisimman pieni, kun  $f(x) = x + \pi$ .

$$a_0 + b_0 + a_1 \sin x + b_1 \cos x + a_2 \sin 2x + b_2 \cos 2x$$

Parsevalin kaava:  $2\pi |a_0|^2 + \pi(|a_1|^2 + |b_1|^2 + |a_2|^2 + |b_2|^2 + \dots)$