

Mat-2.090 Sovellettu todennäköisyslasku A

1. välikoe 1.11.2004/Mellin

- Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin alla mainitussa järjestyksessä:
- Mat-2.090 SovTnA 1. välikoe 1.11.2004
 - opiskelijanumero + kirjain
 - TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
 - koulutusohjelma ja vuosikurssi
 - mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
 - nimikirjoitus

Tehtäviä on 4. Korjaamisen nopeuttamiseksi vastaa jokaiseen tehtävään erillisellä arkilla. Tarvitset siis 4 arkkia.

Esitä aina myös ratkaisujen perustelut ja välivaiheet; pelkkä vastaus ei riitä täysiin pisteisiin.

1.

- 1.1. Olkoon $\Pr(A) = 0.4$ ja $\Pr(B) = 0.6$. Määrä $\Pr(A \cup B)$, kun
- (a) A ja B ovat toisensa poissulkevia,
 - (b) A ja B ovat riippumattomia,
 - (c) $\Pr(B|A) = 0.1$.

- 1.2. Laatikossa on 8 tuoretta ja 2 pilaantunutta munaa. Laatikosta poimitaan 3 munaa satunnaisesti. Mikä on todennäköisyys saada 3 tuoretta munaa, kun poiminta tapahtuu ilman takaisinpanoa?

2.

- 2.1. Eräs erikoisliike on auki viitenä arkipäivänä klo 9-19. Liikkeessä päivän aikana käyvien asiakkaiden lukumäärä vaihtelee satunnaisesti noudattaen Poisson-jakaumaa niin, että keskimäärin asiakkaita käy 60/päivä.

Määrä todennäköisyys sille, että satunnaisesti valittuna viikkona asiakkaiden yhteenlaskettu lukumäärä on suljetulla välillä $[290, 315]$?

- 2.2. Jatkoa tehtävälle 2.1. Kuinka kauan liikkeessä joudutaan keskimäärin odottamaan ensimmäistä asiakasta? Perustele vastaus!

3.

- 3.1. Johda binomijakauman odotusarvo. Binomijakauman pistetodennäköisyysfunktio on muotoa

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, n, \quad 0 < p < 1$$

- 3.2. Johda eksponenttijakauman odotusarvo $E(X)$ ja mediaani Me sekä näytä, että

$$E(X) > Me$$

Eksponenttijakauman tiheysfunktio on muotoa

$$f(x) = \lambda \exp(-\lambda x), \quad x \geq 0, \quad \lambda > 0$$

Jatkuvan jakauman mediaanin Me määrittelee yhtälö

$$F(Me) = 0.5$$

missä $F(x)$ on jakauman kertymäfunktio.

4.

- 4.1. Heität virhettäntä noppaa 2 kertaa. Määritellään satunnaismuuttujat

$$X_1 = 1. \text{ heiton tulos}$$

$$X_2 = 2. \text{ heiton tulos}$$

$$Z = X_1 \times X_2$$

- (a) Määrä todennäköisyys $\Pr(Z = 6)$.
- (b) Määrä ehdollinen todennäköisyys $\Pr(Z = 12 | X_2 = 2)$.
- (c) Määrä ehdollinen odotusarvo $E(Z | X_1 = 4)$.

- 4.2. Olkoon satunnaismuuttujien X ja Y yhteisjakauman tiheysfunktio muotoa

$$f(x, y) = x + y, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1$$

- (a) Määrä satunnaismuuttujien X ja Y kovarianssi.
- (b) Määrä satunnaismuuttujan Y ehdollinen odotusarvo satunnaismuuttujan X suhteen.